

C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Réponses temporelle et fréquentielle :
- systèmes du 2^{ème} ordre

Déterminer la réponse temporelle

Rapidité des SLCI :
- temps de réponse à 5 %

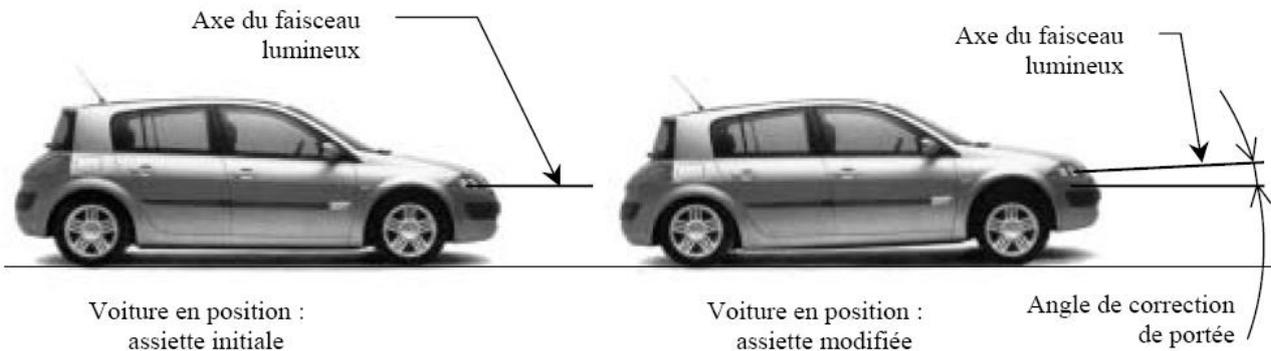
Prévoir les performances en termes de rapidité

Exercice 1 : SYSTEME DE CORRECTION DE PORTEE D'UN PHARE AUTOMOBILE.

(Selon le concours CCP PSI 2003)

1) Présentation du système.

L'assiette d'un véhicule se modifie avec sa charge, le profil de la route ou les conditions de conduite (phase de freinage ou d'accélération). Cette modification entraîne une variation d'inclinaison de l'axe du faisceau lumineux produit par les phares du véhicule. Ceux ci peuvent alors éblouir d'autres conducteurs ou mal éclairer la chaussée.



Certaines voitures sont équipées de système de correction de portée. Ce système fait appel à des capteurs d'assiette reliés aux essieux avant et arrière du véhicule. Les données sont traitées électroniquement par un calculateur et transmises aux actionneurs situés derrière les projecteurs. La position du projecteur est ajustée en maintenant un angle de faisceau optimal évitant tout éblouissement et fournissant le meilleur éclairage de la route.

Le système étudié est un correcteur de portée statique, qui corrige la portée lorsque le véhicule est à l'arrêt et conserve cette correction lorsque le véhicule roule (le correcteur ne tient compte que de la variation d'assiette due à la charge).

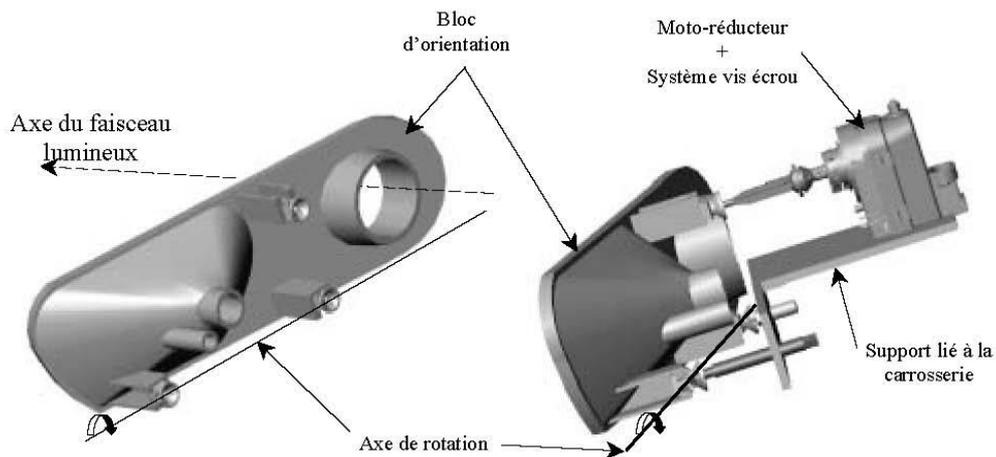
Le but de l'étude est d'analyser le système et de montrer s'il est capable de corriger la portée de manière dynamique, c'est à dire en tenant compte des variations d'assiette dues au profil de la route.

Éléments constitutifs du correcteur de portée :

Capteurs d'assiette : codeurs optiques permettant de mesurer le débattement des suspensions.

Système d'orientation : bloc d'orientation + moto-réducteur + système vis écrou

Le bloc d'orientation supporte les différentes lampes du phare (codes, clignotants...). Il peut pivoter par rapport au support lié à la carrosserie autour d'un axe horizontal (axe de rotation indiqué sur la figure ci-dessous). Le bloc est protégé par une vitre liée à la carrosserie. Ce mouvement est motorisé grâce au moto-réducteur + système vis écrou. Il existe aussi une possibilité de réglage manuel en sortie d'usine ou en cas de défaillance du système électrique.



Calculateur : à partir des données des capteurs d'assiette, le calculateur pilote le moto-réducteur.

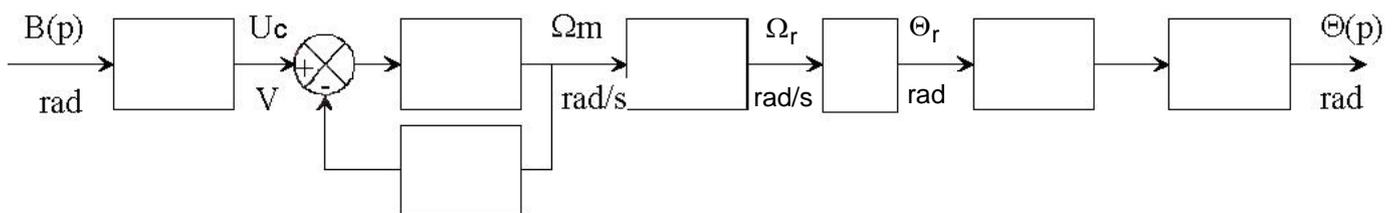
Étude de la chaîne d'action complète.

La chaîne d'action complète comprend :

- L'ensemble transducteur (**capteur + amplificateur + calculateur**) qui mesure l'angle de tangage β du véhicule et commande le moteur du système. L'ensemble est assimilable à un gain pur : K_C .
- Le **moteur à courant continu** dont la fonction de transfert est notée $M(p)$.
- On équipe ce moteur d'un **retour tachymétrique** assimilable à un gain pur : $K_{tachy} = 0,03 \text{ V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}$.
- Le **réducteur de vitesse** dont le rapport de réduction est de 490.
- L'ensemble **vis-écrou** (de pas $p = 6\text{mm}$) qui transforme la rotation de l'axe du réducteur en translation de l'axe de sortie. (NB : 1 tour de la vis fait avancer de 1 pas l'écrou).
- Le **bloc d'orientation** : l'angle de correction de portée $\theta(t)$ étant petit, on peut linéariser la loi entrée-sortie sur le domaine d'utilisation ; l'angle $\theta(t)$ est proportionnel au déplacement $x(t)$ de la vis.

$(\theta(t))$ varie entre $-\frac{\pi}{20}$ et $+\frac{\pi}{20}$ pour $x(t)$ compris entre -15mm et $+15\text{mm}$.

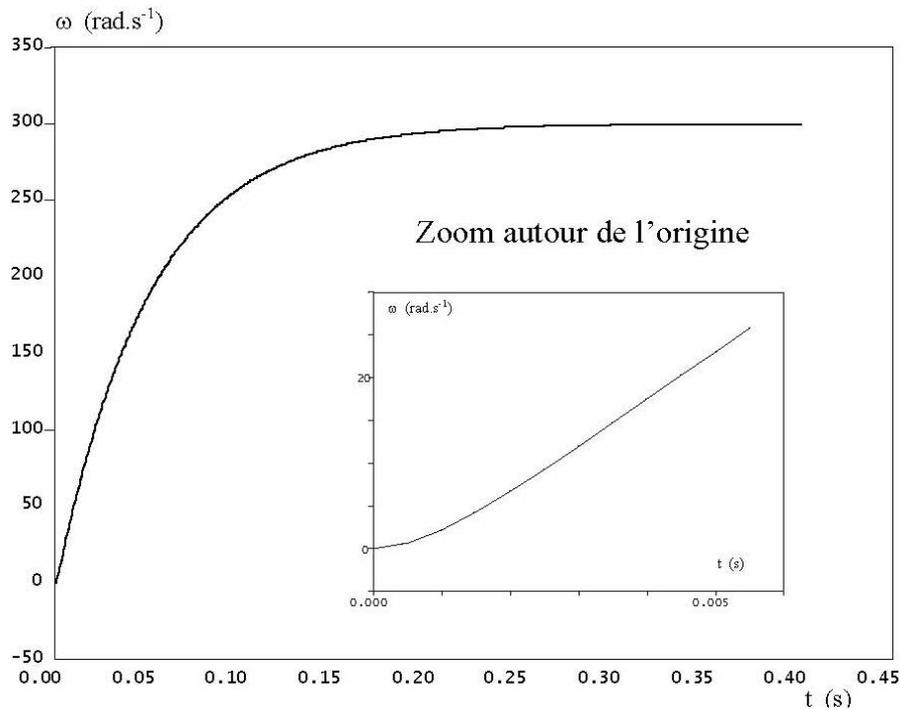
Question 1 : Refaire, sur votre copie, le diagramme fonctionnel de la chaîne d'action ci-dessous, en précisant le nom des blocs et les variables intermédiaires avec leurs unités.



NB : - L'entrée $B(p)$ est la transformée de Laplace de $\beta(t)$ et la sortie $\Theta(p)$, la transformée de Laplace de $\theta(t)$.
 - Attention, un bloc doit modéliser le passage de la vitesse angulaire $\Omega(p)$ à la position angulaire $\Theta(p)$!!

Question 2 : Refaire, sur votre copie, le diagramme fonctionnel de la chaîne d'action ci-dessus, mais cette fois-ci en précisant les fonctions de transfert de chaque bloc et les variables intermédiaires avec leurs unités.

Pour déterminer la fonction de transfert du moteur, $M(p)$, on dispose de sa réponse indicielle (entrée unitaire) :



Question 3 : Quelle est la forme de la fonction de transfert du moteur et pourquoi ?

Question 4 : Quelle hypothèse pouvons-nous faire pour modéliser le système par un système du 1^{er} ordre ? Pour démontrer ce raisonnement, déterminer la réponse temporelle d'un système du 2^{ème} ordre aperiodique, puis simplifier cette réponse avec votre hypothèse et enfin conclure. Cette hypothèse vous semble-t-elle justifiée ici au vu de la réponse indicielle.

Question 5 : Montrer que pour un système de réponse indicielle $\omega(t) = K \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, la tangente à la courbe à l'instant t_1 quelconque coupe l'asymptote de $\omega(t)$ à l'instant $t_1 + \tau$.

Question 6 : Identifier $M(p)$ à un 1^{er} ordre. (Pour cela déterminer les paramètres caractéristiques sur la courbe).

Question 7 : En déduire la fonction de transfert $M'(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$ du moteur équipé du retour tachymétrique. Quels sont les avantages et les inconvénients de cette boucle de retour.

La fonction de transfert de la chaîne d'action complète est donnée approximativement par :

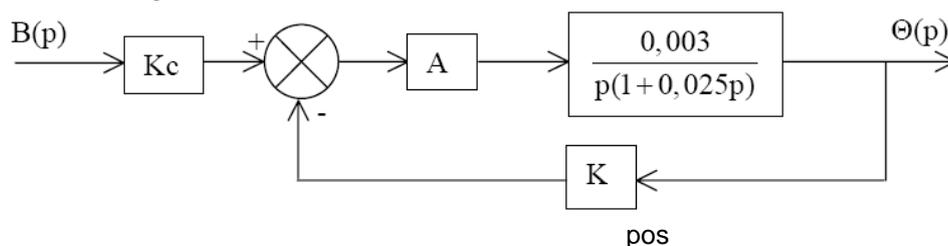
$$H(p) = \frac{\Theta(p)}{B(p)} = K_c \cdot \frac{0,003}{(1 + 0,025 \cdot p) \cdot p} \quad (\text{Les angles d'entrée et de sortie sont exprimés en radian}).$$

Le véhicule est brusquement chargé à l'arrière.

Question 8 : Tracer, **SANS FAIRE DE CALCUL**, l'allure de la loi d'entrée, puis l'allure de la réponse. Justifier votre tracé. Est-ce satisfaisant ?

Pour remédier à ce problème on asservit le système en position en plaçant :

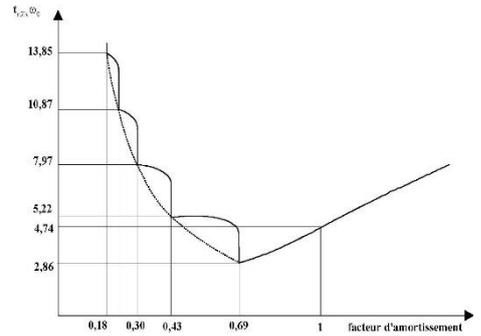
- un capteur de position, de gain K_{pos} , qui mesure l'angle θ ,
- un amplificateur de gain A.



Question 9 : Déterminer la nouvelle fonction de transfert $\frac{\Theta(p)}{B(p)}$ ainsi que ses paramètres caractéristiques.

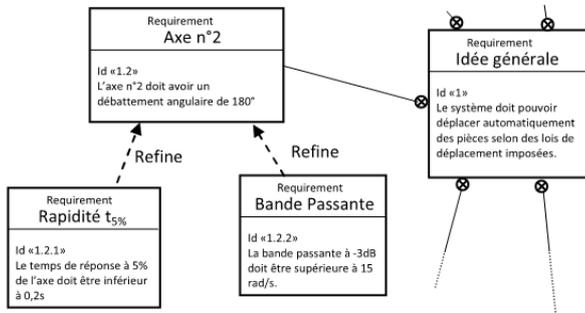
Question 10 : Expliquer en deux lignes pourquoi le problème a été remédié.

Question 11 : A partir de la courbe ci-contre, déterminer la quantité $A.K_{POS}$ qui permet d'avoir le système le plus rapide. Calculer alors le temps de réponse à 5% du système.

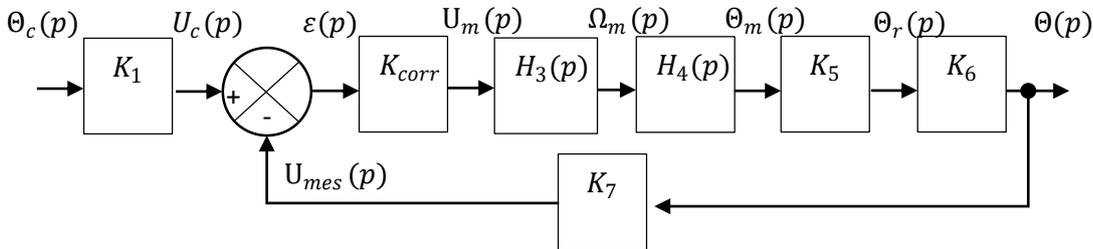


ROBOT PREHENSEUR DE PIECES

On s'intéresse à un robot préhenseur de pièces dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait partiel du diagramme des exigences de son modèle SysML. L'objectif de cette étude est de vérifier les performances d'un des axes asservi de ce robot vis-à-vis des critères de performances attendus.



On donne le modèle de comportement de l'asservissement de position angulaire de l'axe du bras étudié sous la forme du schéma bloc qui suit (l'angle réel du bras est $\theta(t)$, l'angle de consigne est $\theta_c(t)$).



Avec : $K_1, K_{corr}, K_5, K_6, K_7$: constantes,
 $\theta_c(p)$: angle de consigne,
 $U_c(p)$: tension consigne,
 $U_m(p)$: tension moteur,
 $\Omega_m(p)$: vitesse angulaire de l'arbre moteur,

$\theta_m(p)$: angle de l'arbre moteur,
 $\theta_r(p)$: angle de l'arbre en sortie de réducteur,
 $\theta(p)$: position angulaire du bras,
 $U_{mes}(p)$: tension mesurée image de $\theta(p)$.

Question 12 : Déterminer le lien entre K_1 et K_7 pour que le système soit correctement asservi ($\theta_c(t) = \theta(t) \Leftrightarrow \varepsilon(t) = 0$).

La fonction de transfert $H_3(p)$ est réalisée par un moteur, dont les équations de comportement sont :

$$u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) \quad e(t) = k_e \cdot \omega_m(t) \quad J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) \quad c_m(t) = k_m \cdot i(t)$$

Avec : $u_m(t)$: tension aux bornes du moteur (V),
 $e(t)$: force contre-électromotrice (V),
 $i(t)$: intensité (A),
 $\omega_m(t)$: vitesse de rotation de l'arbre en sortie de moteur (rad/s),
 $c_m(t)$: couple moteur (N.m),

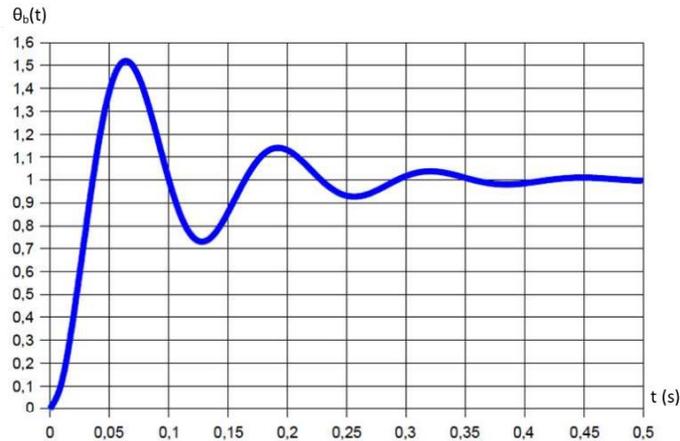
J : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur ($kg \cdot m^2$),
 R : résistance électrique du moteur (Ω),
 k_e : constante de force contre-électromotrice ($V \cdot rad^{-1}$),
 k_m : constante de couple ($N \cdot m \cdot A^{-1}$).

Question 13 : Déterminer la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$. Montrer que $H_3(p)$ peut se mettre sous la forme canonique $H_3(p) = \frac{1}{1 + \tau_3 \cdot p}$

Question 14 : Déterminer $\omega_m(t)$ lorsque $u_m(t)$ est un échelon de tension d'amplitude U_0 . Préciser la valeur de $\omega_m(t)$ à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de $\omega_m(t)$ et la valeur finale atteinte par $\omega_m(t)$ quand t tend vers l'infini.

Question 15 : Déterminer la fonction de transfert $H_4(p)$.

Question 16 : Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme $H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$ et déterminer les valeurs littérales K , z et ω_0 en fonction des constantes fournies. La réponse indicielle de $H(p)$ à un échelon unitaire est donnée sur la figure suivante :



Question 17 : Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K , z et ω_0 .

Question 18 : Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5%. Conclure quant à la capacité du préhenseur de pièces à vérifier (ou non) le critère de rapidité de la FS1.