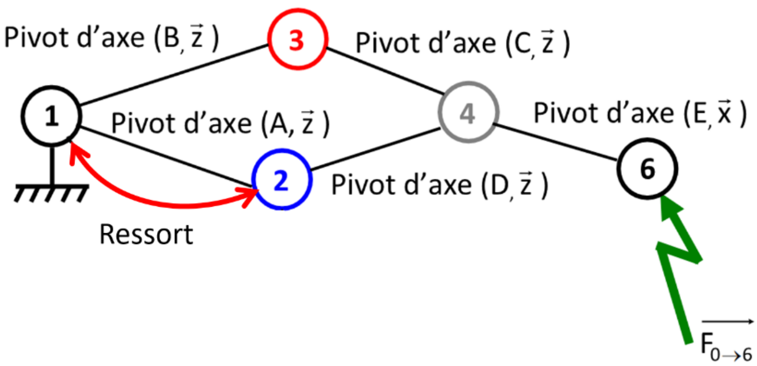
Exercice 1 : Suspension Mercedes

Q.1. Réaliser le graphe d'analyse de ce mécanisme.



Q2. Faire le bilan des actions mécaniques obtenues lorsque l'on isole 3.

Pièce 3 soumise à 2 actions mécaniques :

- liaison pivot entre 3 et 4 : $\{T_{4\to3}\} = {}_C\begin{cases} X_{4\to3}.\vec{x} + Y_{4\to3}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}$

- liaison pivot entre 1 et 3 : $\{T_{1\to3}\} = {}_B\begin{cases} X_{1\to3}.\vec{x} + Y_{1\to3}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}$

Q3. A partir d'équations du principe fondamentale de la statique exprimées en différents points, montrer que $Y_{4\to3} = 0$ et que $Y_{1\to3} = 0$ (on rappel que $Z_{4\to3} = Z_{1\to3} = 0$).

Calcul des moments en C :

$$\begin{aligned}\vec{M}_{C,\ 1\to3} &= \vec{M}_{B,\ 1\to3} + \overrightarrow{CB} \wedge (X_{1\to3}.\vec{x} + Y_{1\to3}.\vec{y}) = \vec{0} - b.\vec{x} \wedge (X_{1\to3}.\vec{x} + Y_{1\to3}.\vec{y}) \\ &= -b.Y_{1\to3}.\vec{z}\end{aligned}$$

PFS en moment au point C projeté suivant $\vec{z}$:

$$0 - b.Y_{1\to3} = 0 \rightarrow \boldsymbol{Y_{1\to3} = 0}$$

Calcul des moments en B :

$$\vec{M}_{B,\ 4\to3} = \vec{M}_{C,\ 4\to3} + \overrightarrow{BC} \wedge (X_{4\to3}.\vec{x} + Y_{4\to3}.\vec{y}) = \vec{0} + b.\vec{x} \wedge (X_{4\to3}.\vec{x} + Y_{4\to3}.\vec{y}) = b.Y_{4\to3}.\vec{z}$$

PFS en moment au point B projeté suivant $\vec{z}$:

$$0 + b.Y_{4\to3} = 0 \rightarrow \boldsymbol{Y_{4\to3} = 0}$$

Q.4. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS à l'ensemble {4+6} au point D (vu que le problème est plan, 3 équations sont attendues au lieu de 6).

l'ensemble {4+6} est soumis à 3 actions mécaniques

- liaison pivot entre 3 et 4 : $\{T_{3\to4}\} = -\{T_{4\to3}\} = {}_C\begin{cases} -X_{4\to3}.\vec{x} - Y_{4\to3}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}$
- liaison pivot entre 2 et 4 : $\{T_{2\to4}\} = {}_D\begin{cases} X_{2\to4}.\vec{x} + Y_{2\to4}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}$
- action mécanique du sol sur 6 : $\{T_{0\to6}\} = {}_L\begin{cases} F_{06}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{cases}$

Calcul des moments en D :

$$\vec{M}_{D,\ 3\to[4+6]} = \vec{M}_{C,\ 3\to[4+6]} + \overrightarrow{DC} \wedge (-X_{4\to3}.\vec{x} - Y_{4\to3}.\vec{y})$$
$$= \vec{0} + (c.\vec{x} - a.\vec{y}) \wedge (-X_{4\to3}.\vec{x} - Y_{4\to3}.\vec{y}) = -(c.Y_{4\to3} + a.X_{4\to3})\vec{z}$$

$$\vec{M}_{D,\ 0\to[4+6]} = \vec{M}_{L,\ 0\to[4+6]} + \overrightarrow{DL} \wedge F_{06}.\vec{y} = \vec{0} + \big((c+e)\vec{x} - (a+\mu)\vec{y}\big) \wedge F_{06}.\vec{y}$$
$$= (c+e)F_{06}.\vec{z}$$

PFS en résultante et en moment au point D :

- Résultante suivant $\vec{x}$: $\boldsymbol{-X_{4\to3} + X_{2\to4} = 0 \ \ (1)}$

- Résultante suivant $\vec{y}$: $-Y_{4\to3} + Y_{2\to4} + F_{06} = 0$

→ $\boldsymbol{Y_{2\to4} + F_{06} = 0 \ \ (2)}$ ($Y_{4\to3} = 0$ d'après Q3)

- Moment suivant $\vec{z}$: $-(c.Y_{4\to3} + a.X_{4\to3}) + (c+e)F_{06} = 0$

→ $\boldsymbol{a.X_{4\to3} + (c+e)F_{06} = 0 \ \ (3)}$ ($Y_{4\to3} = 0$ d'après Q3)

Q.5. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS au solide 2 au point A (vu que le problème est plan, 3 équations sont attendues au lieu de 6).

Pièce 2 soumise à 3 actions mécaniques

- liaison pivot entre 1 et 2 : $\{T_{1\to 2}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{1\to 2}.\vec{x} + Y_{1\to 2}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$
- liaison pivot entre 4 et 2 : $\{T_{4\to 2}\} = -\{T_{2\to 4}\} = {}_D\begin{Bmatrix} - X_{2\to 4}.\vec{x} - Y_{2\to 4}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$
- action du ressort : $\left\{T_{1\xrightarrow{ressort}2}\right\} = {}_H\begin{Bmatrix} -k.y_r.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Calcul des moments en A :

$$\vec{M}_{A,\ 4\to 2} = \vec{M}_{D,\ 4\to 2} + \overrightarrow{AD} \wedge (- X_{2\to 4}.\vec{x} - Y_{2\to 4}.\vec{y}) = \vec{0} + d.\vec{x} \wedge (- X_{2\to 4}.\vec{x} - Y_{2\to 4}.\vec{y})$$
$$= -d.Y_{2\to 4}.\vec{z}$$

$$\vec{M}_{A,\ 1\xrightarrow{ressort}2} = \vec{M}_{H,\ 1\xrightarrow{ressort}2} + \overrightarrow{AH} \wedge -k.y_r.\vec{y} = \vec{0} + (L.\vec{x} + h.\vec{y}) \wedge -k.y_r.\vec{y}$$
$$= -L.k.y_r.\vec{z}$$

PFS en résultante et en moment au point A :

- Résultante suivant $\vec{x}$: $\boldsymbol{X_{1\to 2} - X_{2\to 4} = 0} \quad (\mathbf{4})$

- Résultante suivant $\vec{y}$: $\boldsymbol{Y_{1\to 2} - Y_{2\to 4} - k.y_r = 0} \quad (\mathbf{5})$

- Moment suivant $\vec{z}$: $\boldsymbol{-d.Y_{2\to 4} - L.k.y_r = 0} \quad (\mathbf{6})$

Q.6. A partir des équations de la question 4 et 5, déterminer toutes les inconnues d'effort en fonction de F_{06}.

Les 6 équations sont :

$$- X_{4\to 3} + X_{2\to 4} = 0 \quad (1)$$

$$Y_{2\to 4} + F_{06} = 0 \quad (2)$$

$$a.X_{4\to 3} + (c+e)F_{06} = 0 \quad (3)$$

$$X_{1\to 2} - X_{2\to 4} = 0 \quad (4)$$

$$Y_{1\to 2} - Y_{2\to 4} - k.y_r = 0 \quad (5)$$

$$-d.Y_{2\to 4} - L.k.y_r = 0 \quad (6)$$

Pour les résultante suivant $\vec{y}$: $(2) \rightarrow \boldsymbol{Y_{2\rightarrow 4} = -F_{06}}$

$$(6) \rightarrow \boldsymbol{k.y_r} = -\frac{d}{L}Y_{2\rightarrow 4} = \boldsymbol{\frac{d}{L}F_{06}}$$

$$(5) \rightarrow \boldsymbol{Y_{1\rightarrow 2}} = Y_{2\rightarrow 4} + k.y_r = \boldsymbol{-F_{06} + \frac{d}{L}F_{06}}$$

Pour les résultante suivant $\vec{y}$: $(3) \rightarrow \boldsymbol{X_{4\rightarrow 3} = -\frac{c+e}{a}F_{06}}$

$$(1) \rightarrow \boldsymbol{X_{2\rightarrow 4}} = X_{4\rightarrow 3} = \boldsymbol{-\frac{c+e}{a}F_{06}}$$

$$(4) \rightarrow \boldsymbol{X_{1\rightarrow 2}} = X_{2\rightarrow 4} = \boldsymbol{-\frac{c+e}{a}F_{06}}$$

Q7. Sachant que la masse de la voiture est de 2200 kg, déterminer F_{06}.

$$F_{06} = \frac{m.g}{4} = \frac{2200 * 9{,}81}{4} = 5395\ N$$

Q8. A partir des données ci-dessous, déterminer l'affaissement du ressort.

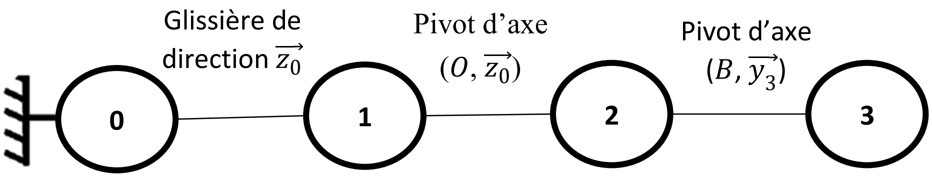
$$k.y_r = \frac{d}{L}F_{06} \rightarrow y_r = \frac{d}{L.k}F_{06} = \frac{0{,}25}{0{,}15 * 100\,000} * 5395 = 0{,}09\ m = 9\ cm$$

Q.9. Conclure quant à la capacité de la suspension de voiture à satisfaire l'exigence d'affaissement statique du cahier des charges.

$y_r < 12\ cm$ donc le cahier des charges est respecté.

Exercice 2 : Manège Chairoplanes d'Edinbourg

Question 1. Réaliser le graphe des liaisons du manège.



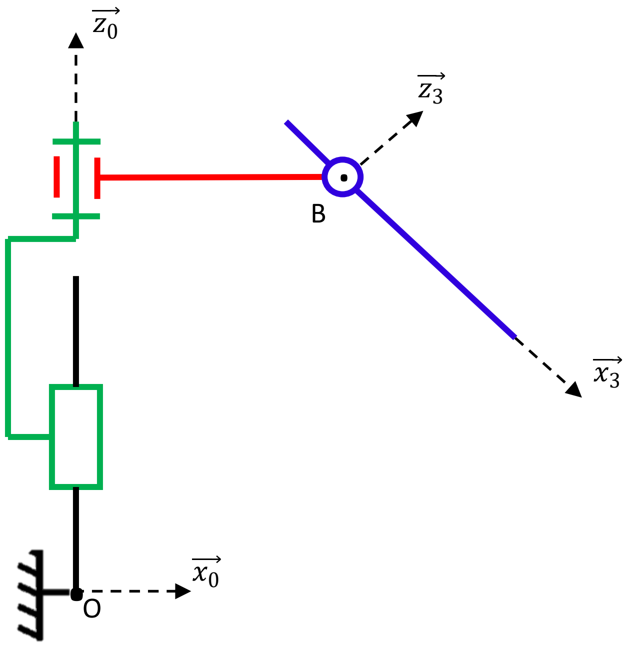
Question 2. Ecrire le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques transmissibles de la liaison entre 0 et 1 au point O.

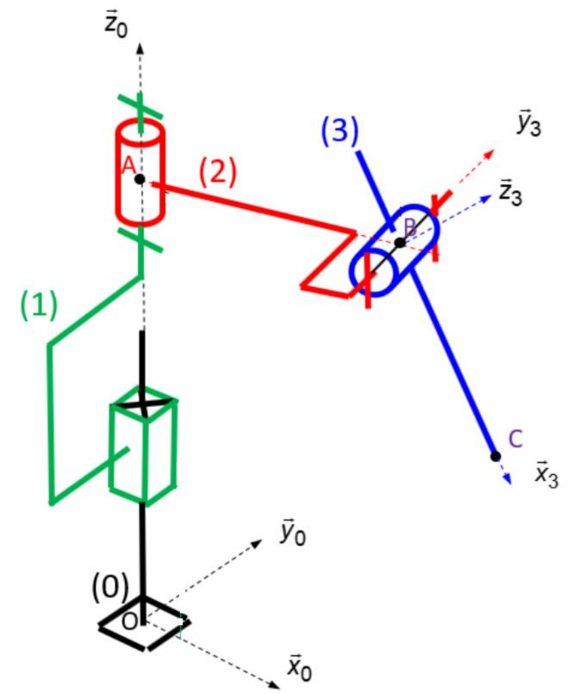
$$\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_{O\,1/0}\,.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_O \qquad \{T_{0\rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{0\rightarrow 1}.\overrightarrow{x_0} + Y_{0\rightarrow 1}.\overrightarrow{y_0} \\ L_{O,\ 0\rightarrow 1}.\overrightarrow{x_0} + M_{O,\ 0\rightarrow 1}.\overrightarrow{y_0} + N_{O,\ 0\rightarrow 1}.\overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_O$$

Question 3. Ecrire le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques transmissibles de la liaison entre 3 et 2 au point B.

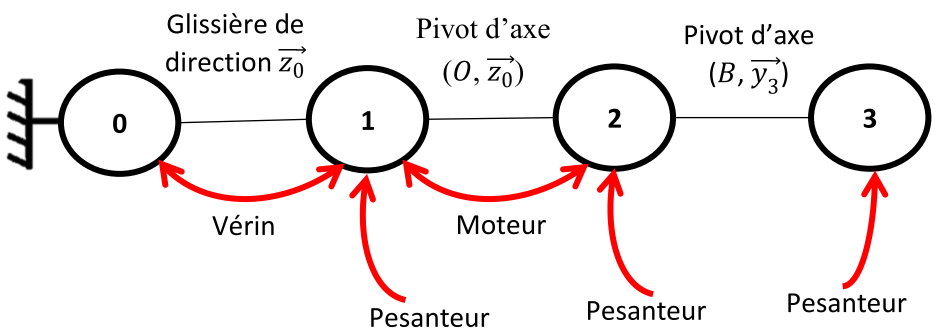
$$\{V_{3/2}\} = \left\{ \begin{matrix} \omega_{3/2}.\overrightarrow{y_3} \\ \vec{0} \end{matrix} \right._B \qquad \{T_{2\rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{2\rightarrow 3}.\overrightarrow{x_3} + Y_{2\rightarrow 3}.\overrightarrow{y_3} + Z_{2\rightarrow 3}.\overrightarrow{z_3} \\ L_{B,\ 2\rightarrow 3}.\overrightarrow{x_3} + N_{B,\ 2\rightarrow 3}.\overrightarrow{z_3} \end{matrix} \right._B$$

Question 4 et 5. Réaliser le schéma cinématique 2D et 3D





Question 6. A partir du graphe des liaisons de la question 1, réaliser le graphe d'analyse du mécanisme en faisant apparaître les actions mécaniques (sans représenter les actions mécaniques de liaisons). On notera E3 l'ensemble des chaises 3.



Question 7. Indiquer ou se situent les centres de gravité du coulisseau 1, du rotor 2 et de l'ensemble des chaises 3.

Ces trois centres de gravité se situent sur l'axe $(O,\overrightarrow{z_0})$

Question 8. Ecrire les torseurs des actions mécaniques de pesanteur, du vérin et du moteur.

- Vérin : $\left\{T_{\underset{0\longrightarrow 1}{vérin}}\right\} = \left\{\begin{matrix} F_{01}.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right._O$
- Moteur : $\left\{T_{\underset{1\longrightarrow 2}{moteur}}\right\} = \left\{\begin{matrix} \vec{0} \\ C_m.\overrightarrow{z_0} \end{matrix}\right._O$
- Pesanteur : $\{T_{Pes\to 1}\} = \left\{\begin{matrix} -m_1.g.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right._O$ $\{T_{Pes\to 2}\} = \left\{\begin{matrix} -m_2.g.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right._O$

$$\{T_{Pes\to 3}\} = \left\{\begin{matrix} -m_3.g.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right._O$$

Question 9. Proposer un isolement permettant de déterminer l'effort du vérin. Donner son expression en fonction des différentes masses du système.

On isole $\{1+2+E3\}$, l'ensemble est soumis à 5 actions mécaniques :

- Les 3 actions de pesanteur dont les torseurs sont présentés ci-dessus
- L'action du vérin : $\left\{T_{\underset{0\longrightarrow 1}{vérin}}\right\} = \left\{\begin{matrix} F_{01}.\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{matrix}\right._O$
- L'action de la liaison glissière : $\{T_{0\to 1}\} = \left\{\begin{matrix} X_{0\to 1}.\overrightarrow{x_0} + Y_{0\to 1}.\overrightarrow{y_0} \\ L_{O,\ 0\to 1}.\overrightarrow{x_0} + M_{0,\ 0\to 1}.\overrightarrow{y_0} + N_{O,\ 0\to 1}.\overrightarrow{z_0} \end{matrix}\right._O$

On applique le PFS en résultante suivant l'axe $\overrightarrow{z_0}$:

$$F_{01} - m_1.g + m_2.g + m_3.g + 0 + 0 = 0$$

$$\to F_{01} = (m_1 + m_2 + m_3)g$$

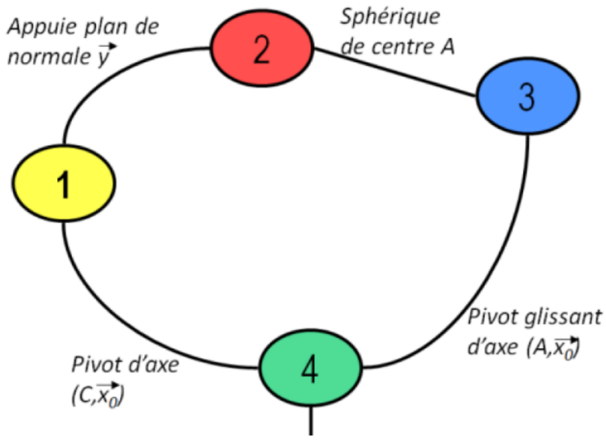
Question 10. Conclure quant à la capacité du vérin à satisfaire l'exigence du cahier des charges si la force maximale qu'il est capable de délivrer est de 150 kN.

$$m_1 + m_2 + m_3 = \frac{F_{01}}{g} = \frac{150.10^3}{9{,}81} = 15{,}3\ Tonnes$$

$15{,}3\ Tonnes > 10\ Tonnes$ donc le cahier des charges est respecté.

Exercice 3 : Pompe hydraulique

Question 1. Réaliser le graphe des liaisons de la pompe.



Question 2. Ecrire le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques transmissibles de la liaison entre 1 et 2 au point B.

$$\{V_{2/1}\} = {}_B\begin{Bmatrix} \omega_{2/1}.\vec{y} \\ V_{x,\ B\,2/1}\,\vec{x} + V_{z,\ B\,2/1}\,\vec{z} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{1\to2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} Y_{1\to2}.\vec{y} \\ L_{B,\ 1\to2}.\vec{x} + N_{B,\ 1\to2}.\vec{z} \end{Bmatrix}$$

Question 3. Ecrire le torseur cinématique et le torseur des actions mécaniques transmissibles de la liaison entre 2 et 3 au point A.

$$\{V_{3/2}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{x,\ 3/2}\,.\vec{x} + \omega_{y,\ 3/2}\,.\vec{y} + \omega_{z,\ 3/2}\,.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \{T_{2\to3}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{2\to3}.\vec{x} + Y_{2\to3}.\vec{y} + Z_{2\to3}.\vec{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Question 4. Réaliser le schéma cinématique 2D de la pompe dans le plan $(C, \vec{x_0}, \vec{y_0})$.