Exercice 1 : Questions de cours (non exhaustives)
Les question suivantes sont indépendantes.

1. Donner les expressions du potentiel et du champ électrostatique créés par une charge ponctuelle q. Dessiner les équipotentielles et les lignes de champ dans les deux cas $q < 0$ et $q > 0$.
2. Citer les postulats de l'électrostatique (équations locales). En donner les versions intégrales et citer leur nom / conséquences physiques.
3. Donner une autre écriture de $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}(V)$ puis montrer que $\int_A^B \overrightarrow{E}\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} = V_A - V_B$.
4. Donner l'expression de l'énergie potentielle d'une charge q plongée dans un champ électrostatique.
5. Définir un plan de symétrie et d'antisymétrie pour une distribution de charges. Quelles sont les conséquences pour le champ électrostatique ?
6. Citer les propriétés qui permettent d'analyser une carte de champ.
7. Dessiner l'allure des équipotentielles et des lignes de champ pour un dipôle électrostatique.
8. Quelles sont les deux « équivalences » qu'il faut au minimum connaître pour pouvoir établir de manière exhaustive l'analogie entre champ électrostatique et champ de gravitation ?
9. Qu'est-ce qu'un dipôle électrostatique ? Quelle est la définition du moment dipolaire et son unité ? En quoi consiste l'approximation dipolaire ?

Exercice 2 : (∗) Énergie d'un noyau d'atome
Dans le modèle de Thomson, le noyau d'un atome de numéro atomique Z est assimilé à une boule sphérique de rayon R, de charge Ze et de densité volumique uniforme :

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

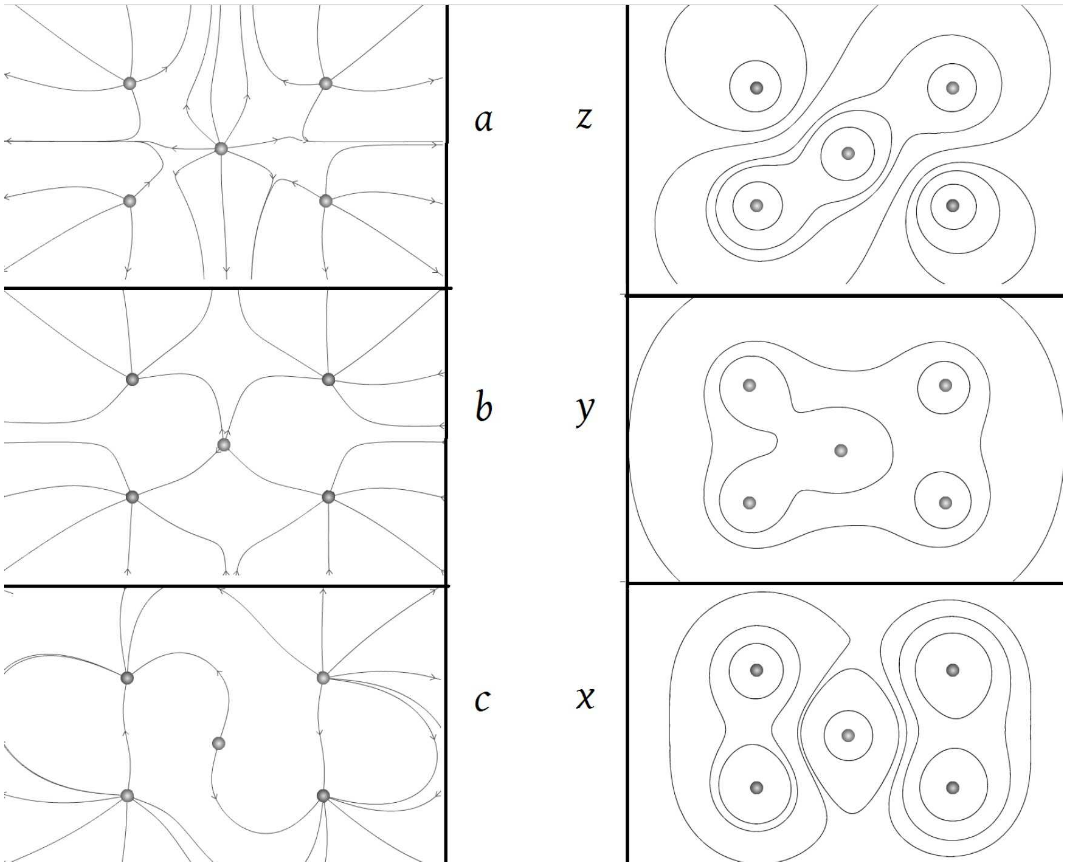
On constitue ce noyau en rassemblant autour d'un point O de l'espace des éléments de matière de charge infinitésimale venant de l'infini.

1. On suppose que le noyau, en cours de formation, possède un rayon $r < R$. Quelle est sa charge $q(r)$?
2. On note $\mathcal{E}(r)$ son énergie électrique. On fait augmenter son rayon de dr en apportant une charge dq de l'infini à la surface sphérique du noyau en construciton. Déterminer l'augmentation d'énergie d$\mathcal{E}$ en fonction de r, dr, R, e, Z et ϵ_0.
3. En déduire l'expression de l'énergie $\mathcal{E}$ du noyau en fonction de R, e, Z et ϵ_0.

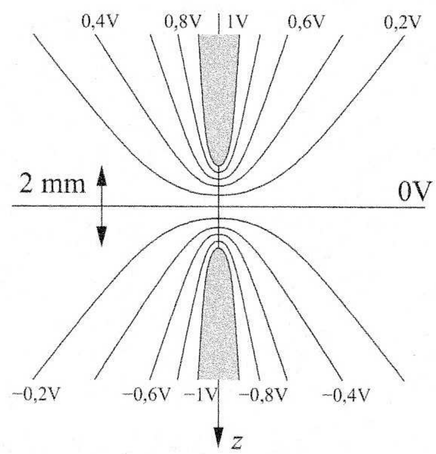
Topographie des champs

Exercice 3 : Lignes de champ et équipotentielles
On considère une distribution de cinq charges ponctuelles (repérées par des points).

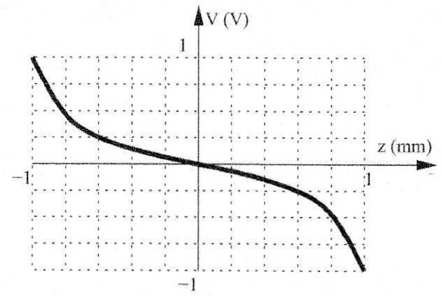
1. Les figures a, b et c ci-dessous correspondent-elles à des lignes de champ ou à des équipotentielles ?
2. Associer, en le justifiant, chaque représentation de lignes de champ à une représentation d'équipotentielles.
3. Repérer sur chaque distribution les signes opposés ou égaux des charges.



Exercice 4 : Champ disruptif
Un logiciel de simulation permet de tracer l'allure des lignes équipotentielles autour de deux électrodes portées aux potentiel respectifs $_1$ V et +1 v.

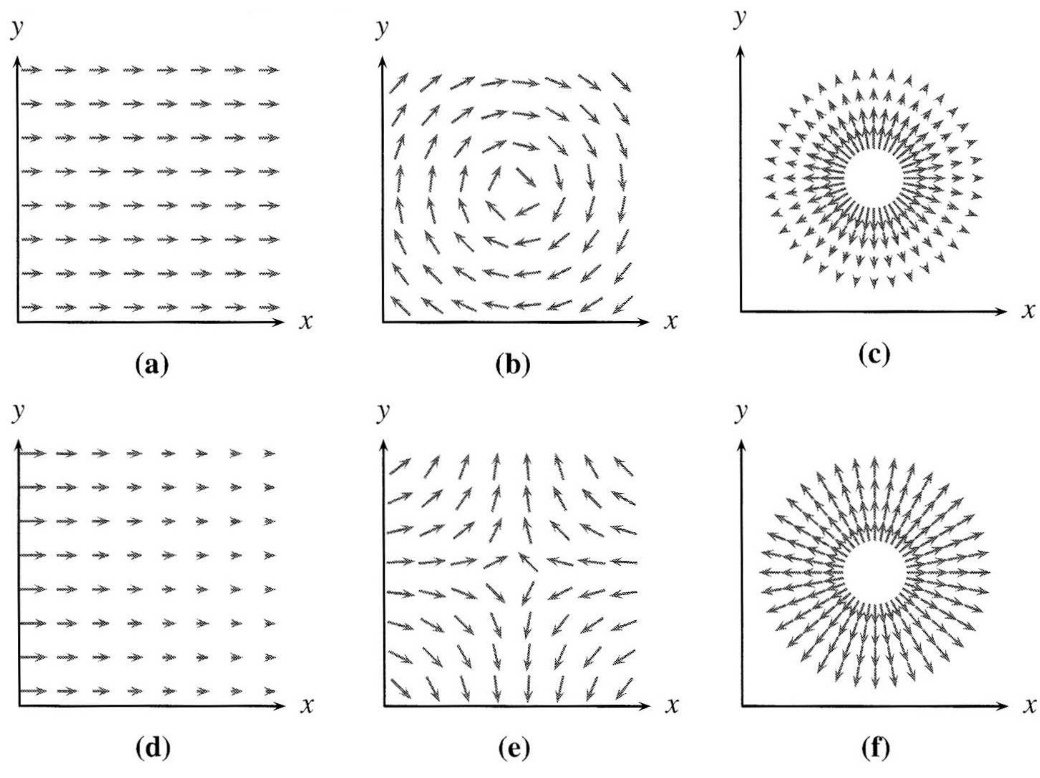


Ce logiciel donne aussi le graphe des variations du potentiel V en fonction de z sur l'axe :



1. Où le champ électrique est-il maximal ?
2. Le champ disruptif est celui pour lequel on observe une étincelle correspondant à l'ionisation de l'air. Celui-ci vaut $E_r = 3,6.10^6$ V.m^{-1}. Quelle tension doit-on appliquer aux bornes du dispositif pour atteindre ce champ au centre O du dispositif ?

Exercice 5 : (∗) Lignes de champ
Les figures ci-dessous représentent, dans un plan $z =$ cte, quelques cartes de champs bidimensionnel de la forme $\overrightarrow{E}(x,y) = E_x(x,y)\overrightarrow{u_x} + E_y(x,y)\overrightarrow{u_y}$.
Préciser dans chaque cas s'il peut s'agir d'un champ électrostatique, et si oui, si des charges sont présentes dans la région représentée.



Calculs de champs ; application du théorème de Gauss

Exercice 6 : Champ créé par une boule chargée
Une boule de centre O et de rayon R est chargée uniformément en volume avec la densité volumique ρ. On note $r = OM$.

1. Déterminer l'expression du champ électrostatique $\overrightarrow{E}$ créé en tout point M de l'espace (y compris dans la boule) par cette distribution de charge.
2. En déduire l'expression du potentiel V en tout point de l'espace. On prendra le potentiel nul à l'infini, et on admet sa continuité en $r = R$.
3. Tracer les courbes donnant les variations de V et de E en fonction de r.

Exercice 7 : Champ créé par une sphère chargée
Une sphère de centre O et de rayon R est chargée uniformément en surface avec la densité surfacique σ. Exprimer le champ électrostatique dans tout l'espace.

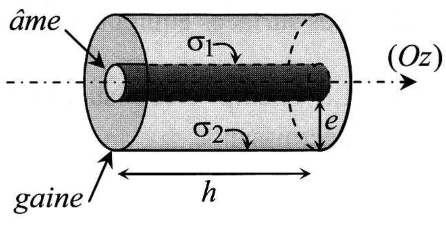
Exercice 8 : Cylindre infini uniformément chargé
Un cylindre d'axe Oz et de rayon R est uniformément chargé avec une densité volumique ρ.

1. Montrer que le champ électrostatique s'écrit :

$$\overrightarrow{E}(M) = \begin{cases} \frac{\rho r}{2\epsilon_0}\overrightarrow{u_r} & \text{si } r < R \\ \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r}\overrightarrow{u_r} & \text{si } r > R. \end{cases}$$

2. En déduire l'expression du potentiel V en tout point de l'espace.

Exercice 9 : Capacité linéique d'un câble coaxial
On modélise un câble coaxial par deux cylindres conducteurs parfaits infiniment longs de même axe (Oz), de sections circulaires. Le premier de rayon R_1 est appelé âme et est porté au potentiel $V_1 > 0$, et le second de rayon intérieur R_2 (avec $R_2 > R_1$) est la gaine, portée au potentiel $V_2 < V_1$. L'espace entre l'âme et la gaine est rempli d'un diélectrique de permittivité considérée comme égale à celle du vide.



Une portion de câble de longueur h forme ainsi un condensateur dont les armatures sont constituées des surfaces conductrices en regard. On néglige les effets de bord, c'est-à-dire que l'on considère que le champ entre les armatures est le même que si la hauteur h était infinie. On cherche dans cet exercice à exprimer ici la capacité du câble.

On désigne par σ_1 la densité surfacique de charges supposée uniforme à la surface de l'âme et par σ_2 celle que porte la surface intérieure de la gaine. L'équilibre électrostatique étant réalisé, on admet que dans les conducteurs forman l'âme et la gaine le champ est nul ainsi que la densité volumique de charge. Les surfaces des deux conducteurs en regard sont porteuses de charges égales en norme et de signe opposé. On posera $e = R_2 - R_1$, l'espacement entre les armatures. On se place en coordonnées cylindriques d'axe (Oz).

1. Dans quelle mesure les effets de bord sont-ils raisonnablement négligeables ? Donner dans ce cadre la relation qui existe entre R_1, R_2, σ_1 et σ_2.

2. (a) En raisonnant sur le câble supposé infini, étudier les symétries et les invariances de la distribution de charge. Quelles sont les conséquences pour le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ et le potentiel $V(M)$ en un point M dans l'espace entre les armatures ?
   (b) En appliquant le théorème de Gauss, exprimer le champ électrostatique qui règne dans le diélectrique entre les deux cylindres. En déduire la différence de potentiel U entre l'âme et la gaine.
   (c) Rappeler la définition de la capacité d'un condensateur C en fonction de U et la charge Q portée par son armature positive. En déduire l'expression de la capacité linéique du câble, notée C_l, en fonction de ϵ_0, R_1 et R_2. Application numérique : déterminer C_l pour $R_1 = 1,0$ mm et $R_2 = 2,5$ mm. On rappelle que $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi}.10^{-9}$ F.m^{-1}.

Gravitation

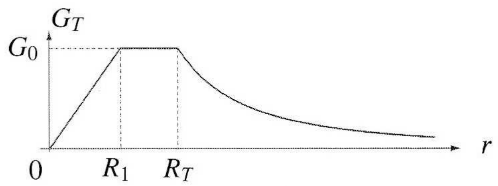
Exercice 10 : Champ de gravitation d'un astre sphérique

On considère un astre à symétrie sphérique. À l'aide du théorème de Gauss, montrer qu'en dehors de l'astre le champ de gravitation créé est équivalent à celui d'une masse ponctuelle.

Exercice 11 : Champ de gravitation terrestre

La Terre est assimilée à une boule de centre O, de rayon $R_T = 6,38.10^3$ km, de masse $M_T = 5,98.10^{24}$ kg, uniformément répartie dans tout le volume.

1. (a) Déterminer le champ gravitationnel $\overrightarrow{G_T}$ en tout point de l'espace.
   (b) Tracer $G_T = ||\overrightarrow{G_T}||$ en fonction de r.
   (c) Calculer le norme G_0 de $\overrightarrow{G_T}$ à la surface de la Terre.
2. ($*$) L'étude des ondes sismiques montre que le modèle d'une masse uniformément répartie n'est pas réaliste. Le modèle décrit par la courbe ci-dessous est plus conforme aux observations, avec $R_1 = 3,50.10^3$ km :



   (a) Tracer sur le même graphe la courbe obtenue à la question précédente quand on supposait une masse volumique uniforme, en précisant soigneusement le raisonnement.
   (b) Calculer la masse volumique moyenne du noyau terrestre ($0 < r < R_1$).
   (c) Tracer l'allure de la masse volumique $\rho(r)$ de la Terre. Préciser en particulier si $\rho(r)$ est croissante ou décroissante dans le manteau terrestre ($R_1 < r < R_T$).

Problème n°1 : ($**$) Fluctuations du champ de gravitation

Peut-on détecter une nappe de pétrole avec un pendule simple ?

Pour résoudre le problème, on pourra s'aider de la vidéo suivante de la chaîne Youtube e-learning physique *: « 4 étapes pour aborder une "résolution de problème" en physique/chimie ».*