classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

PSI
MATHEMATIQUES **Programme de Colle semaine $n°8$ du 12 Novembre 2024**

- Une colle sera du type d'un oral de **CCINP**, à savoir deux exercices :
  - — Le premier exercice doit contenir :
    - — Une question de cours (un énoncé d'une définition, d'une propriété ou d'un théorème) ou une démonstration qui sera **signalée en gras** dans le programme de colle.
      Deux niveaux de démonstration : niveau ($\star$) pour les volontaires.
    - — Une application très directe du cours :
  - — Un deuxième exercice portant sur une notion du programme de colle différente du premier exercice.
- **Comment préparer une colle ?** Il est indispensable de connaître son cours, savoir refaire les exemples traités en cours et les exercices mentionnés dans le programme de colle.

- **Notation** : Dès lors qu'il s'avère que le cours n'est pas su, la note sera obligatoirement inférieure à 8.
  Ensuite, les points seront rajoutés suivant votre autonomie face aux exercices.

- **Après la colle** : Avant le vendredi de la semaine suivant votre colle, vous devez me rendre votre cahier de colle où vous rédigerez au moins un des deux exercices

1 Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Connaître les notations d'une série, d'une Nième somme partielle d'une série, de la somme d'une série.
2. la définition d'une série convergente (resp : divergente) au moyen de la suite des sommes partielles et définition de la somme d'une série convergente.
3. **Cas des séries géométriques et de la série harmonique alternée**.
4. Séries exponentielles réelles et séries de Riemann.
5. Savoir étudier la nature d'une série à termes positifs en utilisant l'un des critères suivants :
   (a) Majoration de la suite des sommes partielles.
   (b) Théorème de comparaison.
   (c) Critère du o() et O() ; le coup du α en sachant revenir au critère du o().
   (d) Critère de l'équivalent.
6. Absolue Convergence : connaître la définition, les propriétés : cv $\Leftarrow$ abs cv et la généralisation des critères O et O.
7. Règle de D'Alembert.
8. Produit de Cauchy : connaître la définition du terme général du produit de Cauchy de deux séries et la propriété concernant le produit de somme de séries abs cv.
9. Application aux séries exponentielles.**Savoir démontrer que** $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$
10. Séries alternées : apprendre les méthodes pour reconnaître une séries alternée, savoir appliquer le CSSA et le signe et la majoration du reste, savoir utiliser le développement limité quand $n \to +\infty$ du terme général lorsqu'il est difficile de montrer la décroissance de $(|u_n|)_n$.
11. Formule de Stirling : **connaître bien sûr la formule mais aussi : à l'occasion de cette formule, revoir les intégrales de Wallis (leur définition, savoir retrouver la relation de récurrence $(n+2)I_{n+2} = (n+1)I_n$, la décroissance de $(I_n)_n$, l'expression de I_{2n} et I_{2n+1}, la technique appelée technique de Wallis, c'est-à-dire multiplier au numérateur et dénominateur par les facteurs pairs pour transformer en factoriel)**.

2 Eléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée

Savoirs attendus :

1. Connaître parfaitement sans hésitation les définitions de : polynôme caractéristique , valeur propre, spectre, vecteurs propres, sous espaces propres et éléments propres.
2. Savoir calculer le polynôme caractéristique, déterminer les éléments propres d'un endo ou d'une matrice soit en passant par le polynôme caractéristique, soit en passant par la relation $u(x) = \lambda x$ avec $x \neq 0$ ou $AX = \lambda X$ avec $X \neq 0$.
3. **Si $u \circ v = v \circ u$, les sous espaces propres de l'un sont stables par l'autre**, application à la résolution d'une équation matricielle.(exemple traité en cours : $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$)