

PSI
MATHEMATIQUES

Nom :

Prénom :

Interrogation de cours n°1

PSI

MATHEMATIQUES

(Vendredi 15 Novembre 2024)

(durée : 20 mn)

Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ où $n \geq 2$ et $u \in \mathcal{L}(E)$ où E est un \mathbb{K} -e.v

Question 1. Définition de

— λ valeur propre de l'endomorphisme u de E .

— du spectre de u sur \mathbb{K} .

— d'un vecteur propre x de u .

— du sous espace propre associé à λ .

Question 2. Que peut-on dire de $A - \lambda I_n$ si λ est valeur propre de la matrice A ?

Question 3. Si A n'est pas inversible, pourquoi peut-on affirmer que son spectre n'est pas vide ?

Question 4. Terminez l'énoncé de la prop :

Soient (u, v) deux endomorphismes de E , si $u \circ v = v \circ u, \dots$

Question 5. Si λ n'est pas valeur propre de $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$,

1. Que vaut le sous espace propre associé ?

2. Que peut-on dire de $A - \lambda I_n$?

Question 6. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$

— Définition du polynôme caractéristique de A .

— Quel est son degré?

— Quel est son coefficient dominant?

— Quel lien y-a-t-il entre spectre de A et son polynôme caractéristique.

— Hormis son coefficient dominant, quels autres coefficients du polynôme caractéristique connaît-on?

Question 7. Définition de l'ordre de multiplicité d'une valeur propre.

Question 8. Citer l'encadrement entre la dimension du sous espace propre associé à une valeur propre et son ordre de multiplicité.

Question 9. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. On suppose que son polynôme caractéristique est scindé sur \mathbb{K} .

— Comment s'écrit-il?

— Quel lien entre $\text{tr}(A)$ et le spectre de A ? $\det(A)$ et le spectre de A ?

Question 10. Si le rang de A est 1, préciser une valeur propre évidente, la dimension de son sous espace propre associée et son polynôme caractéristique.