Déroulement d'une colle :

● Au début de colle, une question de cours sera systématiquement posée : **Tout énoncé de proposition ou définition doit être particulièrement PRÉCIS.**

Ce sera soit une définition, soit propriété soulignée, ou une formule encadrée dont les hypothèses précises permettant de l'utiliser doivent être connues.

Quelques **[preuves]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles de tous les étudiants.

Quelques **[preuves⋆]** signalées en crochet gras colorié sont exigibles des étudiants qui ont une compréhension du cours plus avancée.

● Vous passez ensuite aux exercices.

chap. II : Algèbre linéaire générale

3) Déterminants

- Calculs de déterminants : propriétés usuelles, déterminant d'un produit de matrices. Déterminant et caractérisation de la liberté d'un famille de vecteurs colonnes.
- **Formule de développement** par rapport à une ligne ou une colonne.
- Déterminants triangulaire par blocs.
- **Matrices semblables**.
- **Deux matrices semblables ont même déterminant**. **[preuves]**

  Déterminant d'un endomorphisme.

4) Traces

- **Trace** d'une matrice, d'un endomorphisme.
  Linéarité
- **trace d'un produit** **[preuve⋆]**
- **trace d'une transposée** ;

  N.B. : les étudiants doivent connaître les écritures matricielles d'une application linéaire relativement à des bases; Matrice produit et coefficients.
- **Deux matrices semblables ont même trace**. **[preuve]**
- Espaces vectoriels produits.

ch. III : Séries numériques, rappels et compléments

1. Rappels de PCSI : sommes partielles, somme et restes d'une série convergente, séries de référence (**Riemann**, **géométrique**, **exponentielle**)
   C.N.S. de convergence pour une série à termes ≥ 0, absolue convergence, grossière divergence.
   Théorème de comparaison ($0 \leq |u_n| \leq v_n$, via $O(\ )$, via $\sim$ pour des séries positives).
2. Enoncé de la **Formule de Stirling** $\boxed{n! \underset{n\to+\infty}{\sim} \sqrt{2n\pi}\left(\frac{n}{\mathrm{e}}\right)^n}$
3. **Technique de comparaison série intégrale**

   le théorème de comparaison série intégrale ne figure pas explicitement au programme mais à connaître : **principe de comparaison série intégrale :**
   les étudiants doivent savoir représenter graphiquement et encadrer des $\displaystyle\int_k^{k+1} f(t)\ \mathrm{d}t$ pour une fonction monotone, puis obtenir des encadrements de sommes partielles à l'aide d'intégrale pour conclure.
   Les étudiants savent ensuite conlure que si $f : [n_0, +\infty[$ est continue (p.m.), décroissante, positive, alors $\displaystyle\sum_{n\geq n_0} f(n)$ et $\displaystyle\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ ont même nature.
   Obtention d'équivalents de restes d'une série convergente, ou d'équivalents de sommes partielles de séries divergentes.
4. **Règle de d'Alembert** des séries numériques, application aux séries exponentielles.
5. **Théorème spécial des séries alternées**, avec signe du reste et majoration.
6. Produit de Cauchy de deux séries A.C.V.

---

on pourra demander aux étudiants **[preuve ⋆]** des exemples explicites de séries telles que :

- $\sum u_n$ CV mais $\sum |u_n|$ DV, telle $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^n}{n}$.
- $\sum u_n$ CV, $\sum v_n$ DV et $u_n \sim v_n$,

telles $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \ln\left(1+\frac{(-1)^n}{n^{1/2}}\right)$ et $\displaystyle\sum_{n\geq 2} \frac{(-1)^n}{n^{1/2}}$.

- *L'asymptotique* $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln n \underset{n\to+\infty}{=} \gamma + o(1)$ *ne figure pas explicitement au programme, mais peut faire l'objet d'un exercice*

Liste (en construction) **[préparation avancée ⋆]** :
Leïna T1,
Erell T3,
Arthus (5/2) T4 ,
Manu (5/2) T5,
Gwendal T6, Louis (5/2) T6,
Ollie (5/2) T8