

## Filtrage linéaire

(exercice 1 et 2 à faire pour mercredi 16 décembre , 3 pour le vendredi 18 , 4 pour le lundi 4 janvier, 5 pour le mercredi 6 janvier et 6 pour le vendredi 8 janvier )

### 1. Gabarit d'un filtre passe-bande

Donner le gabarit d'un filtre passe-bande suivant le cahier des charges suivants :

les fréquences de coupure sont : 1kHz et 4kHz, l'atténuation maximum est de 3dB dans la zone passante et d'au moins 20 dB pour les fréquences inférieures à 500Hz et supérieures à 10kHz.

### 2. Gabarit d'un filtre passe-bas

Un dispositif de traitement de signaux acoustiques nécessite la séparation de composantes sonores et ultrasonores.

On veut réaliser un filtre passe-bas de fréquence de coupure 20 kHz de gain nominal égal à 0dB dont le gabarit vérifie les conditions suivantes :

- De 0 à 20 kHz, l'atténuation doit être inférieure à 3dB (gain supérieur à -3dB)
- La zone de transition est comprise entre 20 et 40 kHz.
- Au dessus de 40Hz, l'atténuation doit être supérieure à 10 dB.

1. Représenter le gabarit de ce filtre.
2. On souhaite utiliser un filtre passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure  $f_c = 20$  kHz.
  - a. Rappeler l'expression de sa fonction de transfert
  - b. Ce filtre satisfait-il au gabarit imposé ?

3. On utilise alors un filtre du deuxième ordre de fonction de transfert : 
$$H = \frac{1}{1 + j\sqrt{2}\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$$
 où  $\omega_c = 2\pi f_c$  et  $f_c = 20$  kHz. Ce filtre satisfait-il au gabarit ?

### 3. Filtre passe-bas idéal

On suppose le filtre dont la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme : 
$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}$$

1) Quelle est la nature de ce filtre ? Quelle est sa pulsation de coupure  $\omega_c$  ?

**On suppose par la suite le comportement du filtre idéal.**

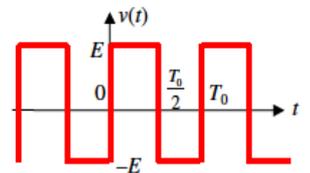
2) La tension d'entrée est  $v(t) = U_0 + U_m \cos(100\omega_1 t)$ , que vaut la tension de sortie  $v_s(t)$  ? Quel rôle joue ce filtre ?

3) La tension d'entrée représentée ci-contre est un signal carré de fréquence  $f_0 = \frac{f_c}{2}$ . Sont développement en série de

Fourier peut s'écrire : 
$$v(t) = \frac{4E}{\pi} \left[ \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_0 t) + \dots \right]$$

Représenter le spectre en amplitude de  $v(t)$ . Que vaut la tension de sortie  $v_s(t)$  ?

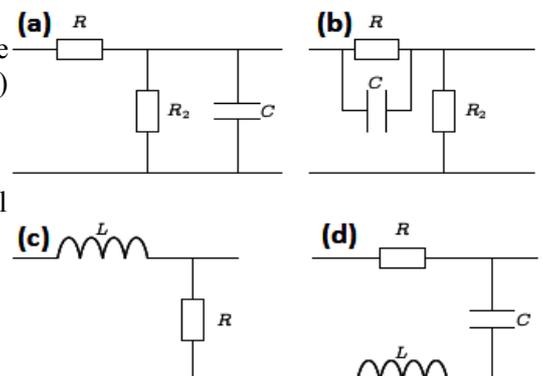
4) A la tension d'entrée précédente, on ajoute une composante continue E. Représenter le nouveau spectre en amplitude de  $v(t)$ . Que vaut la nouvelle tension de sortie  $v_s(t)$  ?



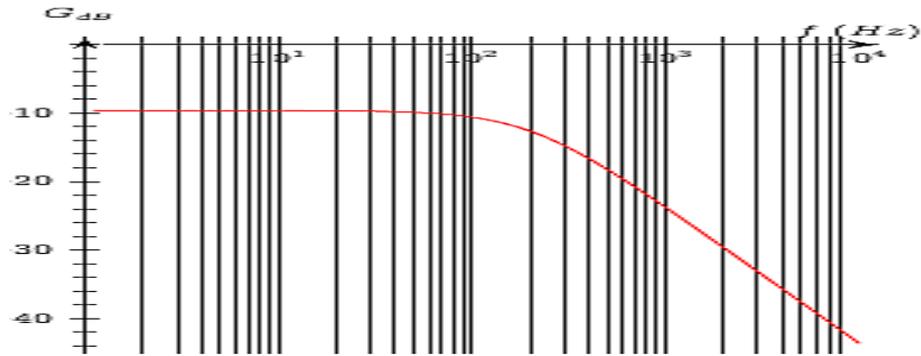
### 4. Comparaison de filtres

1. Pour chacun des filtres ci-contre, déterminer sans calcul le type de filtre : passe-bas, passe-haut, passe-bande ou déphaseur. En déduire quel(s) filtre(s) ne corresponde(nt) pas au diagramme de Bode fourni pour le gain.
2. Exprimer les fonctions de transfert pour les filtres retenus.
3. Effectuer l'étude asymptotique de ces filtres et en déduire lequel correspond au diagramme de Bode.
4. Déterminer alors les caractéristiques des dipôles.
5. Tracer le diagramme de Bode pour la phase.

Données :  $R = 150\Omega$



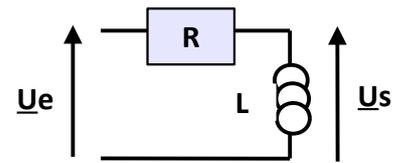
Rep:3) a) ; 4)  $R_2 \approx 69\Omega$  et  $C \approx 17\mu F$ .



## 5. Filtre RL

1. Quel est la nature du filtre ci-contre ?

2. Déterminer sa fonction de transfert  $H(jx) = \frac{U_s}{U_e}$  où  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$  et  $\omega_0 = \frac{R}{L}$ .



3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique du filtre.

4. Déterminer la ou les fréquences de coupure en déduire le tracé du diagramme de Bode réel.

5. A partir de la fonction de transfert écrire l'équation différentielle liant  $u_e(t)$  et  $u_s(t)$ .

## 6. Étude d'un filtre RL//RL

On considère le montage ci-contre :

1. Quel est la nature du filtre ?

2. Déterminer la fonction de transfert  $H(jx) = \frac{U_s}{U_e}$  où  $x = \frac{L\omega}{R}$ .

3. Montrer que la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme :

$$H(jx) = \frac{1}{a + j(x - \frac{1}{x})} \text{ où } a \text{ est un réel à déterminer.}$$

4. Tracer le diagramme asymptotique, puis le diagramme réel en fonction de  $\log x$ .

5. Déterminer la ou les fréquences de coupure.

6. Que peut-on dire des propriétés de ce filtre en haute et en basse fréquence ?

7.  $u_e(t)$  est un échelon de tension :  $u_e(t) = 0$  pour  $t < 0$  et  $u_e(t) = E$  pour  $t > 0$ .

a) Déduire de la question 2 l'équation différentielle vérifiée par  $u_s(t)$ . On posera  $\tau = \frac{L}{R}$ .

b) Pour  $t < 0$  toutes les grandeurs électriques sont nulles. Déterminer pour  $t = 0^+$  les valeurs de  $u_s$  et de  $\frac{du_s}{dt}$ .

c) Résoudre l'équation différentielle précédente et tracer la courbe d'évolution de  $u_s(t)$ .

Rep: 3)  $a=3$  ; 7b)  $(\frac{du_s}{dt})_{0^+} = \frac{RE}{L}$  ; 7c)  $u_s(t) = \frac{E}{\sqrt{5}} (e^{\frac{-3+\sqrt{5}}{2\tau}t} - e^{\frac{-3-\sqrt{5}}{2\tau}t})$

