

TD Système thermodynamique

Exercice 1 : Densité moléculaire (144, 149)

1. D'après l'équation d'état du gaz parfait, le nombre de molécules par unité de volume est $n^* = \frac{N}{V} = \frac{P}{k_B T} = 2,5 \cdot 10^{19}$ molécules par mètre cube. $n^* = 2,5 \cdot 10^{13}$ molécules par centimètre cube.
2. Le volume molaire est $V_m = \frac{RT}{P} = 22,4L$.
3. Ordre de grandeur $100kg$.

Exercice 2 : Gaz réels (150, 155)

1. Le dioxyde de carbone ne se comporte pas comme un gaz parfait dans ces conditions de température et de pression (le produit pV_m varie d'environ 30% alors qu'il devrait rester constant dans le modèle du gaz parfait). Il est plus compressible d'un gaz parfait.
2. $pV_m = RT$ pour un gaz parfait. Ainsi dans la limite des basses pressions, pV_m doit tendre vers $RT = 2,3 \cdot 10^3 Pa \cdot m^3 \cdot mol^{-1} = 23 bar \cdot L \cdot mol^{-1}$.

Les points sont mal alignés, un modèle affine donne une ordonnée pV_m à pression nulle, que l'on peut estimer à $25 bar \cdot L \cdot mol^{-1}$. Les ordres de grandeur sont corrects, mais l'utilisation de pressions trop élevées rend imprécise cette extrapolation. Concluons sur le fait qu'il n'existe pas d'équation d'état unique décrivant l'ensemble des propriétés des gaz réels. L'équation de Van der Waals est la plus célèbre.

Exercice 3 : Deux récipients (147, 150)

On calcul avec la loi des gaz parfait $n_A = \frac{PV}{RT} = \frac{94737 \times 0,001}{8,31 \times 288} = 0,04 mol$ et $n_B = \frac{PV}{RT} = \frac{45 \cdot 10^5 \times 0,001}{8,31 \times 293} = 1,85 mol$. L'état final étant un état d'équilibre thermodynamique les variables intensives sont uniformes, dont la densité

moléculaire et la pression. On a $n_{TOT} = 1,89 mol$ alors $n_{F,AB} = 0,95 mol$. Donc $m_{B \rightarrow A} = 26,1g \cdot p_F = \frac{n_{TOT} RT}{V_{TOT}} = 22,5 bar$.

Exercice 4 : Gaz de Joule

1. $\chi_T = \left(1 - \frac{b}{v}\right) \frac{1}{p}$
2. On vérifie que $\lim_{b \rightarrow 0} \chi_T = \frac{1}{p} = \alpha_{GP}$. Alors $\frac{\chi_T - \chi_{T,GP}}{\chi_{T,GP}} = -\frac{b}{v} < 0$. Le gaz de Joule est moins compressible qu'un gaz parfait.

Exercice 5 : Bouteille de plongée (147, 148, 150)

1. Lorsque le piston atteint BB' , la quantité d'air dans la bouteille et le cylindre est : $n_1 = \frac{P_{atm}(V_b + V_{max})}{RT_a}$

À la fin de la première compression (piston en AA'), la quantité d'air dans la bouteille et le cylindre est : $n_2 = \frac{P_b(V_b + V_{min})}{RT_a}$

Ces deux quantités d'air sont identiques alors $P_b = P_{atm} \frac{V_b + V_{max}}{V_b + V_{min}} \approx P_{atm} \frac{V_b + V_{max}}{V_b} = 1,4 \cdot 10^5 Pa$

La bouteille contient initialement $n_i = \frac{P_{atm} V_b}{RT_a}$ et finalement $n_f = \frac{P_b V_b}{RT_a}$

Alors $\Delta n = \frac{(P_b - P_{atm}) V_b}{RT_a} = \frac{P_{atm} V_{max}}{RT_a} = 0,08 mol$

2. Dans le cylindre, entre le moment où le piston est en BB' et le moment où la soupape S' s'ouvre, on a égalité du produit PV (car T et n ne varient pas) :

$$P_{atm} V_{max} = pV'$$

Comme dans la question précédente, on écrit l'égalité de la quantité de matière au moment où la soupape s'ouvre et celui où le piston atteint AA' :

$$n = \frac{p(V_b + V')}{RT_a} = \frac{p'(V_b + V_{min})}{RT_a} \text{ alors } p' = \frac{pV_b + P_{atm}V_{max}}{V_b + V_{min}}$$

$$\text{On en déduit } \Delta p = p' - p = \frac{P_{atm}V_{max} - pV_{min}}{V_b + V_{min}} \approx \frac{P_{atm}V_{max} - pV_{min}}{V_b}$$

Le processus continue jusqu'à la stabilisation de la pression dans la bouteille, soit $\Delta p = 0$. On en déduit la valeur de la pression $p =$

$$p_{max} = \frac{P_{atm}V_{max}}{V_{min}}$$

3. On trouve $\Delta p = 3,9 \cdot 10^4 Pa$ et $p_{max} = 1,0 \cdot 10^7 Pa$ soit 100 fois la pression de départ.

4. On utilise la relation $\Delta p = p' - p = \frac{P_{atm}V_{max} - pV_{min}}{V_b}$

$$\text{Alors } \frac{\Delta p}{\Delta t} = \alpha \Delta p = \alpha \frac{P_{atm}V_{max} - pV_{min}}{V_b} \text{ donc } V_b \frac{dp}{dt} + \alpha p V_{min} =$$

$$\alpha P_{atm} V_{max}$$

5. Avec les approximations $\tau \frac{dp}{dt} + p = \frac{P_{atm}V_{max}}{V_{min}}$

$$\text{Alors } p(t) = \frac{P_{atm}V_{max}}{V_{min}} + P_{atm} \left(1 - \frac{V_{max}}{V_{min}}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\text{On veut } p(T) = 50P_{atm} \text{ alors } 50 = \frac{V_{max}}{V_{min}} + \left(1 - \frac{V_{max}}{V_{min}}\right) \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right)$$

Soit $T = 42s$