

Bilans macroscopiques

COMPÉTENCES

A la fin de ce chapitre, je saurai :

- Définir un système fermé approprié pour réaliser un bilan de grandeur extensive.
- Exprimer les principes de la thermodynamique pour un écoulement stationnaire sous la forme.
- Étudier des propriétés des machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes pression-enthalpie massique.
- Utiliser le modèle de l'écoulement parfait pour un écoulement à haut Reynolds en dehors de la couche limite.
- Citer et appliquer la relation de Bernoulli à un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène.
- Décrire l'effet Venturi.
- Effectuer un bilan d'énergie sur une installation industrielle.
- Utiliser le fait admis que la puissance des actions intérieures est nulle pour un écoulement parfait et incompressible.
- Effectuer l'inventaire des forces extérieures.
- Effectuer un bilan de quantité de mouvement.
- Effectuer un bilan de moment cinétique.

RÉSUMÉ DU COURS

1 Du système ouvert au système fermé

1.1 Système ouvert

Un système ouvert est un système échangeant de la matière avec l'extérieur.

EXEMPLE

Un lac, la mer, la vapeur d'eau dans une machine à vapeur...

Le **volume de contrôle** est le volume occupé par un système ouvert. La **surface de contrôle** est la surface qui délimite le volume de contrôle.

La plupart des théorèmes de physique connus ne s'appliquent pas aux systèmes ouverts.

1.2 Système fermé

Un système fermé est un système n'échangeant pas de matière avec l'extérieur.

EXEMPLE

PFD, TMC, TEC, TEM, TPC, 1er et 2nd principes, ne s'appliquent qu'à des systèmes fermés.

EXEMPLE

Une solution dans un bécher, l'eau dans le circuit primaire d'une centrale nucléaire, ...

1.3 Système fermé à partir du système ouvert

Lorsqu'un système ouvert est traversé par un écoulement unidimensionnel, il est possible de définir un système fermé.

Masses entrante et sortante  ¹

Hypothèses

- L'écoulement est unidimensionnel.
- L'écoulement est stationnaire.

Avec

- δm_1 la masse entrant dans le système ouvert entre t et $t + dt$ (en kg)
- δm_2 la masse sortant du système ouvert entre t et $t + dt$ (en kg)

$$\delta m_1 = \delta m_2$$

2 Thermodynamique sur des systèmes ouverts

2.1 Premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement stationnaire¹

Premier principe industriel  ²

Hypothèses

- L'écoulement est unidimensionnel.
- L'écoulement est stationnaire.
- Le système ouvert est immobile et indéformable.

Avec

- Δ la différence entre l'entrée et la sortie.
- h l'enthalpie massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- e_c l'énergie cinétique massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- e_p l'énergie potentielle massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- w_u le travail utile massique communiqué au fluide (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- q la chaleur massique communiquée au fluide (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).

$$\Delta(h + e_c + e_p) = w_u + q$$

Pour les applications industrielles, il est souvent plus pratique de travailler avec des relations sur les puissances.

¹Le premier principe de la thermodynamique sur un système ouvert en écoulement stationnaire est aussi appelé premier principe industriel.

Hypothèses

- L'écoulement est unidimensionnel.
- L'écoulement est stationnaire.
- Le système ouvert est immobile et indéformable.

$$D_m \Delta(h + e_c + e_p) = P_u + P_{th}$$

Avec

- D_m le débit massique (en $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$)
- Δ la différence entre l'entrée et la sortie.
- h l'enthalpie massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- e_c l'énergie cinétique massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- e_p l'énergie potentielle massique (en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- P_u la puissance utile communiqué au fluide (en W).
- P_{th} la puissance thermique communiquée au fluide (en W).

APPLICATION

Un panneau solaire thermique reçoit une puissance de 1026 W et est parcouru par de l'eau avec un débit $60 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$. L'eau (de capacité thermique massique $c = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$) rentre avec une température 35°C et circule lentement et horizontalement dans le panneau. Avec quelle température sort-elle du panneau ?

2.2 Second principe de la thermodynamique

Second principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement stationnaire

Hypothèses

- L'écoulement est unidimensionnel.
- L'écoulement est stationnaire.
- Le système ouvert est immobile et indéformable.

$$\Delta(s) = s_e + s_c$$

Avec

- Δ la différence entre l'entrée et la sortie.
- s l'enthalpie massique (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- s_e l'enthalpie massique échangée (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$).
- s_c l'enthalpie massique créée (en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$).

3 Conservation de l'énergie dans un écoulement parfait**3.1 Le modèle de l'écoulement parfait**

Un écoulement parfait est un écoulement dans lequel il n'existe aucun phénomène de diffusion (thermique, de quantité de mouvement, ...).

Dans un écoulement parfait, l'évolution d'une particule de fluide est adiabatique, réversible. Dans un écoulement parfait, les particules de fluides ne sont soumises à aucune force de viscosité.

Le modèle de l'écoulement parfait donne des résultats conformes à l'expérience lorsque le nombre de Reynolds est grand et hors de la couche limite.

*Hypothèses*

- L'écoulement est parfait.
- L'écoulement est incompressible.

La puissance des actions intérieures est nulle.

3.2 Relation de Bernoulli

Relation de Bernoulli

*Hypothèses*

- L'écoulement est parfait, stationnaire, incompressible et homogène

La quantité $P + \mu gz + \frac{1}{2}\mu v^2$ est constante le long de chaque ligne de courant.

Avec

- P la pression (en Pa)
- g l'accélération de la pesanteur (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
- z l'altitude (en m)
- μ la masse volumique (en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
- v le champ de vitesse (en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

La relation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie mécanique volumique.

APPLICATION



Une bassine de 20 cm de haut et remplie d'eau est percée d'un trou de 1 cm de diamètre. L'écoulement est supposé parfait, stationnaire, incompressible et homogène. Quel est le débit d'eau passant par le trou ?

3.3 Effet Venturi

Dans un écoulement horizontal, une augmentation de la vitesse s'accompagne d'une diminution de la pression. Cet effet s'appelle effet Venturi.

APPLICATION



Relier la différence de pression au débit pour un débitmètre de Venturi.

SCHÉMA



Relier la différence de pression à la vitesse de l'écoulement pour un tube de Pitot.

SCHÉMA



4 Mécanique sur des systèmes ouverts

4.1 Bilan de quantité de mouvement

La quantité de mouvement est une grandeur conservative. Une force est un débit de quantité de mouvement d'un système vers un autre.

Il est possible de faire des bilans de quantités de mouvement en écrivant le principe fondamental de la dynamique comme une variation de quantité de mouvement.

Formulation du PDF en tant que conservation de quantité de mouvement

Hypothèses

- Le système est fermé.
- Le référentiel est galiléen.

Avec

- \vec{p} la quantité de mouvement (en $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
- \vec{F}_{ext} les forces **extérieures** (en N)
- dt une durée infinitésimale (en s)

$$\vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t) = \sum \vec{F}_{\text{ext}} dt$$

La fusée Ariane se propulse en éjectant des gaz vers le bas avec un débit de $250 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ et une vitesse de $4000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ariane pèse 750 t dont 620 t de carburant. Déterminer la vitesse de la fusée au cours du temps en supposant qu'elle part avec une vitesse nulle au décollage.

4.2 Bilan de moment cinétique

Le moment cinétique est une grandeur conservative. Le moment d'une force est un débit de moment cinétique d'un système vers un autre.

Il est possible de faire des bilans de moment cinétique en écrivant le théorème du moment cinétique comme une variation de moment cinétique.

Hypothèses

- Le système est fermé.
- Le référentiel est galiléen.

Avec

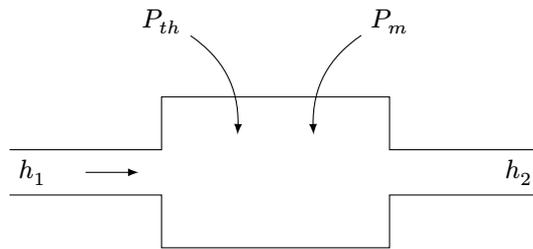
- O est un point fixe
- \vec{L}_O le moment cinétique (en $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$)
- $\vec{M}_O(\vec{F}_{\text{ext}})$ les moments des forces **extérieures** (en $\text{N} \cdot \text{m}$)
- dt une durée infinitésimale (en s)

$$\vec{L}_O(t+dt) - \vec{L}_O(t) = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_{\text{ext}})dt$$

TD

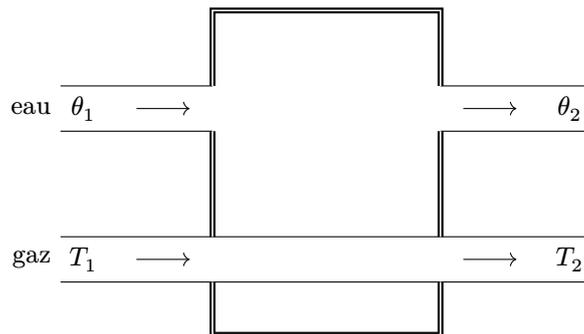
1 Échangeur thermique à contre-courant

On considère une machine thermique ouverte dans laquelle circule lentement et horizontalement un fluide en régime stationnaire avec le débit massique D . Il y reçoit les puissances thermique P_{th} et mécanique P_m .



1. À l'aide du premier principe, établir un lien entre ces deux puissances, D et les enthalpies massiques du fluide en entrée et en sortie.

On considère maintenant un échangeur thermique isobare et adiabatique. Dans le tuyau circule un gaz, supposé parfait, de coefficient $\gamma = \frac{7}{5}$, et de masse molaire $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Il entre à $T_1 = 520 \text{ K}$ et ressort à $T_2 = 300 \text{ K}$. Le fluide réfrigérant est de l'eau, de capacité thermique massique $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, entrant à $\theta_1 = 12^\circ\text{C}$ et sortant à θ_2 . Le régime est stationnaire de débit $D_g = 0,10 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ pour le gaz et $D_e = 4,0 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ pour l'eau.



2. En raisonnant de même, calculer θ_2 .
3. En faisant un bilan d'entropie sur un système fermé bien choisi, exprimer le taux de création d'entropie $\frac{\delta S_C}{dt}$ en fonction de la différence d'entropie massique entre la sortie et l'entrée pour l'eau $s_{2,e} - s_{1,e}$ et de gaz $s_{2,g} - s_{1,g}$ et des débits massiques.
4. En utilisant l'identité thermodynamique $dU = T.dS - P.dV$, calculer les différences d'entropie $s_{2,e} - s_{1,e}$ et $s_{2,g} - s_{1,g}$.
5. Quel est le signe de $\frac{\delta S_C}{dt}$? Est-ce conforme avec le second principe de la thermodynamique?

2 Vidange d'une cuve

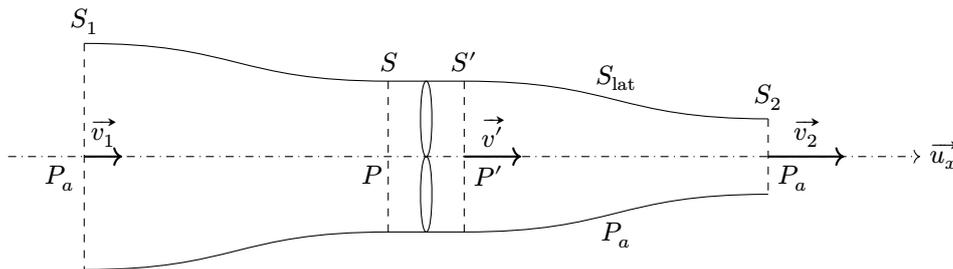
Un agriculteur souhaite vidanger une cuve cubique d'un mètre cube remplie d'eau par un robinet situé en bas. Combien de temps doit-il prévoir ? Des hypothèses raisonnables peuvent être faites, à condition qu'elles soient explicitées.



3 Fonctionnement d'une hélice

Une hélice animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe (Ox) est plongée dans un fluide parfait, incompressible, de masse volumique ρ . L'étude est faite dans le référentiel galiléen \mathcal{R} lié à l'axe de l'hélice. Dans ce référentiel, l'écoulement est stationnaire. On néglige l'influence de la pesanteur.

On considère un tube de courant possédant la symétrie de révolution autour de l'axe (Ox) et s'appuyant sur les pales de l'hélice. À partir de ce tube de courant, on définit la surface fermée constituée de la surface latérale du tube de courant, S_{lat} et des sections droites S_1 en amont et S_2 en aval. La pression à l'extérieur de ce tube de courant est uniforme et égale à P_a .



Sur la surface S_1 , la vitesse est uniforme et égale à $v_1 \vec{u}_x$, sur S_2 , elle vaut $v_2 \vec{u}_x$. Au voisinage de l'hélice, on considère deux sections S et S' d'aire identique :

- en amont, sur S , la vitesse est $v \vec{u}_x$ et la pression est P
- en aval, sur S' , la vitesse est $v' \vec{u}_x$ et la pression est P'

Entre S et S' , l'écoulement est perturbé, il existe une discontinuité de pression de part et d'autre de l'hélice.

1. En utilisant le théorème de Bernoulli, exprimer la pression P en fonction de P_a , ρ , v_1 et v . Faire de même pour P' en fonction de P_a , ρ , v_2 et v' .
2. On note \vec{F} la résultante des forces exercées par l'hélice sur le fluide. Effectuer un bilan d'impulsion² dans le volume compris entre S et S' pour exprimer \vec{F} en fonction de ρ , S , v_1 et v_2 .
3. En effectuant un bilan d'impulsion cette fois-ci sur le volume compris entre S_1 et S_2 , établir l'expression de \vec{F} en fonction de S , ρ , v , v_1 et v_2 .
4. En égalisant les expressions obtenues dans les deux questions précédentes, donner une relation simple entre v , v_1 et v_2 .
5. En appliquant le théorème de la puissance cinétique à un système fermé bien choisi, déterminer la puissance \mathcal{P} fournie par l'hélice au fluide. Donner le résultat en fonction du débit massique D_m , v_1 et v_2 puis en fonction de \vec{f} et \vec{v} .
6. Commenter le signe de \mathcal{P} et justifier l'allure du tube de courant représenté sur le schéma.

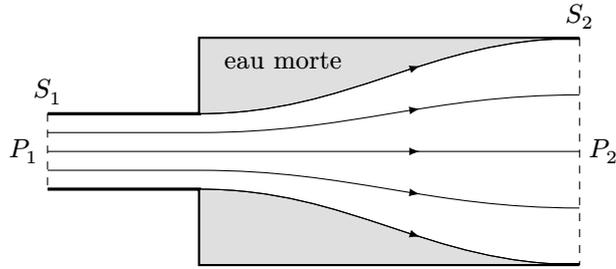
4 Perte de charge dans un élargissement brusque

On s'intéresse à une conduite présentant un élargissement brutal, comme le montre la figure ci-dessous. L'écoulement est homogène, incompressible et le régime est stationnaire.

On suppose l'écoulement turbulent. Les lignes de courant représentées sont des courbes moyennes. Pour simplifier les calculs, on considère le champ de vitesse uniforme dans la section d'entrée S_1 .

Bien que le changement de section soit brutal, la section effective de l'écoulement varie lentement. Expérimentalement, on observe que l'écoulement devient quasiment uniforme au delà d'une distance d'environ vingt fois le diamètre d_2 de la grande section.

²Impulsion et quantité de mouvement sont synonymes.



On note \vec{v}_1 la vitesse en amont de l'écoulement et \vec{v}_2 la vitesse en aval.

La « zone morte » symbolisée sur le schéma par une zone grise est une zone de recirculation où il y a dissipation d'énergie mécanique. C'est elle qui est responsable de la perte de charge. La norme du champ des vitesses y est partout assez faible par rapport aux valeurs prises dans l'écoulement proprement dit. L'eau y est au repos sur une large épaisseur au contact des parois.

On néglige l'influence de la gravité.

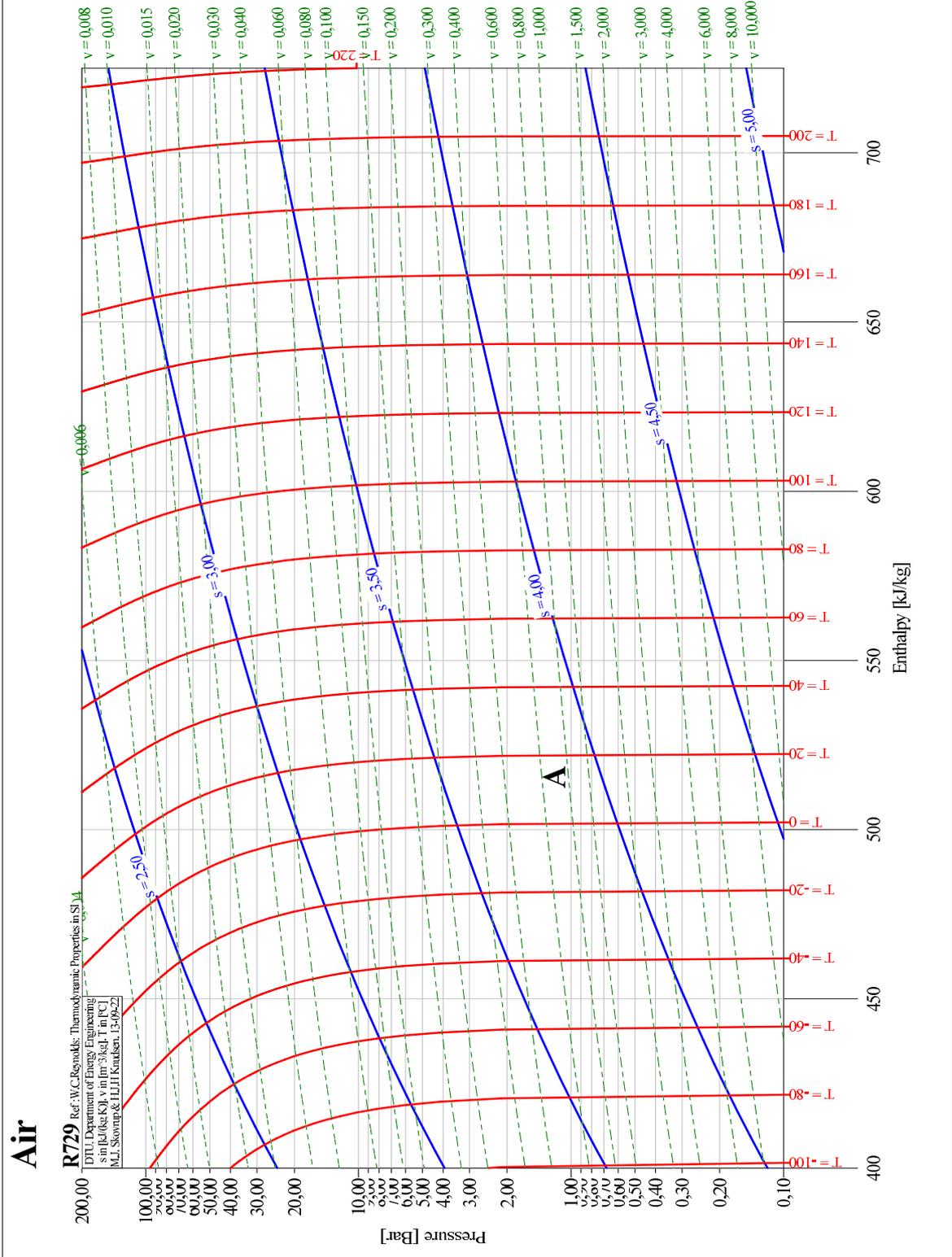
1. Expliquer pourquoi la pression vaut P_1 dans la partie gauche de la zone d'eau morte, au contact de l'élargissement vertical.
2. Au moyen d'un bilan de quantité de mouvement sur un système fermé bien choisi, exprimer la chute de pression $P_1 - P_2$ entre l'amont et l'aval en fonction de μ , v_1 et des sections.
3. En déduire le coefficient de perte de charge singulière ζ défini par $\Delta P_{\text{sing}} = \zeta \frac{1}{2} \rho v_1^2$.

5 Les propriétés de l'air sont-elles celles d'un gaz parfait dans les conditions ambiantes ?

On donne le diagramme (P, h) de l'air entre 0,1 bar et 200 bar (cf annexe). La masse molaire de l'air vaut environ $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. On convient de définir les conditions ambiantes par les valeurs $T_a = 20^\circ\text{C}$, $P_a = 1 \text{ bar}$ (point A sur le diagramme).

| | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|
| s ($\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$) | 4,00 | 4,00 | 4,00 | 4,00 |
| T ($^\circ\text{C}$) | -100 | 0 | 100 | 200 |
| P (bar) | 0,121 | 0,603 | 1,82 | 4,23 |
| v ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$) | 4,06 | 1,30 | 0,589 | 0,322 |

1. L'air vérifie-t-il l'équation d'état d'un gaz parfait dans les conditions ambiantes ?
2. Sur le diagramme (P, h) , les isenthalpes sont-elles conformes aux propriétés d'un gaz parfait ? Qu'en est-il au voisinage du point A ?
3. Mesurer la capacité thermique massique à pression constante c_p au voisinage du point A . En déduire le coefficient γ en adoptant le modèle du gaz parfait.
4. En considérant l'isentrope $s = 4 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$, valider ou invalider la loi de Laplace à l'aide d'une représentation graphique adaptée.
5. Conclure sur l'intérêt du modèle de gaz parfait pour l'air dans les conditions ambiantes.



6 Stockage d'un fluide diphasé : le GPL

Le GPL (gaz de pétrole liquéfié) est un mélange de propane et de butane utilisé comme carburant par certains véhicules. Le GPL est stocké sous la forme d'un mélange liquide-gaz dans le réservoir.

Pour simplifier, nous allons assimiler le GPL à du propane pur initialement stocké à 20°C avec le titre en vapeur $x = 0,2$.



1. Quelle pression règne-t-il dans le réservoir ? Pour un réservoir de 50 L, quelle masse de propane est-elle stockée ? Le volume massique du liquide saturant étant égal à $2 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$, quelle est la capacité maximale du réservoir ?
2. Le réservoir est éprouvé pour résister à une pression de 30 bar. En cas d'incendie ou d'échauffement accidentel, à quelle température y a-t-il risque d'explosion ?
3. Depuis 2001, les réservoirs GPL sont munis d'une soupape permettant d'évacuer le fluide dès que la pression dépasse 25 bar. Expliquer l'intérêt de cette soupape.
4. Entre la sortie du réservoir et les injecteurs du moteur, le GPL circule dans un vapo-détendeur où il subit une détente isenthalpique. Comment évoluent la température et la composition du mélange liquide-vapeur ?

