Correction TD ex 1-2-6

1. Comment marquer un panier

1. *Le repère d'espace est* $R(O,\vec{u_x},\vec{u_y})$ *; le système étudié est le ballon. Les coordonnées adaptées sont les coordonnées cartésiennes*

Vecteurs cinématiques : $\overrightarrow{OM}=x\vec{u_x}+y\vec{u_y}$, $\vec{v}=\dot{x}\vec{u_x}+\dot{y}\vec{u_y}$, $\vec{a}=\ddot{x}\vec{u_x}+\ddot{y}\vec{u_y}$

Bilan des forces: $\vec{P}=-mg\vec{u_y}$

2ème loi de Newton: $m\vec{a}=\vec{P}$. Par projection sur les axes on obtient: $m\ddot{x}=0$ (1) et $\ddot{y}=-g$ (2) .

D'après les conditions initiales: $x(0)=0$; $y(0)=y_0$; $\dot{x}(0)=V_0\cos\alpha$ et $\dot{y}(0)=V_0\sin\alpha$.

Par intégration des équations (1) et (2) on obtient: $\boxed{x(t)=V_0\cos\alpha\, t}$ (1') et $\boxed{y(t)=\frac{-1}{2}g t^2+V_0\sin\alpha\, t+y_0}$ (2')

2. De (1') on tire $t=\frac{x}{V_0\cos\alpha}$. En remplaçant dans (2').On obtient l'équation de la trajectoire:

$$\boxed{y=-\frac{1}{2}g\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha}+\tan\alpha\, x+y_0}.$$

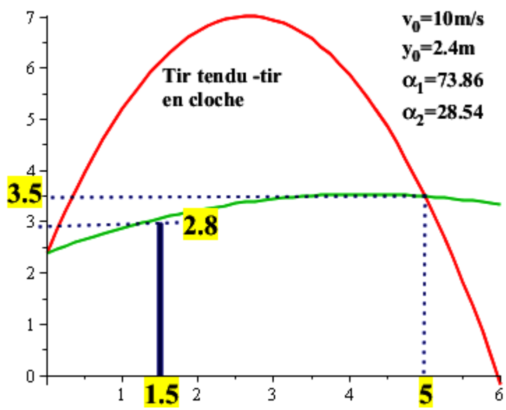
3. $x=x_p$ et $y=y_p$, V_0 est fixée, l'inconnue est α. On utilise la relation: *1/cos²α =1+tan²α. On obtient en posant X= tanα*

$y_p=-\frac{1}{2}g\frac{x_p^2}{V_0^2}(1+X^2)+X\,x_p+y_0$ d'où : le polynôme du 2nd degré: $\boxed{-\frac{1}{2}g\frac{x_p^2}{V_0^2}X^2+x_pX-\frac{1}{2}g\frac{x_p^2}{V_0^2}+y_0-y_p=0}$

En résolvant l'équation , on trouve 2 valeurs de α: $\boxed{\alpha_1=73{,}86°}$ et $\boxed{\alpha_2=28{,}54°}$.

4.

5. Pour α_2 = 28,54°, $\boxed{y(x_1)=3{,}07>2{,}8}$ l'adversaire ne peut pas contrer le tir.Pour α_1 = 73,86° , $\boxed{y(x_1)=6{,}13>2{,}8}$ l'adversaire ne peut pas contrer le tir.



2. Mouvement d'une gouttelette d'eau de pluie

1.	Comme $\vec{F}=-3\pi\eta D\vec{v}$ alors $[F]=[MLT^{-2}]=[\eta][L][LT^{-1}]$ alors $[\eta]=\frac{[MLT^{-2}]}{[L][LT^{-1}]}=[ML^{-1}T^{-1}]$ $[\eta]$ est en $\boxed{kg.m^{-1}.s^{-1}}$.
2.	Le système est la masse m dans le référentiel terrestre galiléen. Les forces sont : Le poids, $m\vec{g}$, les frottements $\vec{F}_f=-\alpha\vec{v}$ La relation fondamentale donne $m\vec{a}=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{g}-\alpha\vec{v}$ $\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{g}-\frac{\alpha}{m}\vec{v}=\vec{g}-\frac{1}{\tau}\vec{v}$: $\boxed{\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{1}{\tau}\vec{v}=\vec{g}}$ avec $\boxed{\tau=\frac{m}{\alpha}}$.
3.	Nous obtenons un régime transitoire du 1er ordre : $\boxed{\vec{v}=\tau\vec{g}(1-\exp(-t/\tau))}$. Réponse : C
4.	On intègre $\boxed{\vec{r}=\int\vec{v}dt=\tau\vec{g}t-\tau^2\vec{g}(1-\exp(-t/\tau))}$.
5.	En régime permanent, $\boxed{\vec{v}(t\to\infty)=\tau\vec{g}}$: $\boxed{v_\ell=\tau g=\frac{mg}{3\pi\eta D}=\frac{\rho_e 4gD^3}{8\times9\eta D}=\frac{\rho_e gD^2}{18\eta}=\frac{1000\times10\times(10\times10^{-6})^2}{18\times2\times10^{-5}}=2,7mm/s}$
6.	Si on tient compte de la poussée d'Archimède $v_{\ell,A}=\frac{(\rho_e-\rho_0)gD^2}{18\eta}$ donc $v_{\ell,A}-v_\ell=\frac{(\rho_e-\rho_0)gD^2}{18\eta}-\frac{\rho_e gD^2}{18\eta}=\frac{-\rho_0 gD^2}{18\eta}$ et $\boxed{\frac{\lvert v_{\ell,A}-v_\ell\rvert}{v_{\ell,A}}=\frac{\rho_0}{\rho_e-\rho_0}=\frac{1}{999}\approx0,1\%}$

3. <u>Résolution de problème :</u> Corde vibrante et rayon d'une sphère

Résultats utilisés :

fréquence du mode fondamental $f_1=\frac{c}{2L}$.

fréquence des modes suivants : $f_n=nf_1=\frac{nc}{2L}$

Expérience (a) : $c_a=\sqrt{\frac{T_a}{\mu}}=\sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ et $f_2=2f_1=\frac{c_a}{L}=\frac{1}{L}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}$

Expérience (b) : $c_b=\sqrt{\frac{T_b}{\mu}}=\sqrt{\frac{mg-\rho Vg}{\mu}}$ et $f_5=5f_{1b}=\frac{5c_b}{2L}=\frac{5}{2L}\sqrt{\frac{mg-\rho Vg}{\mu}}$

D'après l'énoncé « on ne change pas la configuration » d'où $f_2=f_5$ soit : $\frac{1}{L}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}=\frac{5}{2L}\sqrt{\frac{mg-\rho Vg}{\mu}}$soit $2mg=5(mg-\rho Vg)$soit $3m=\rho V=\frac{\rho\times4}{3}\pi R^3$soit $R=\left[\frac{9m}{4\rho\pi}\right]^{\frac{1}{3}}$ AN :

$\boxed{R=\left[\frac{9\times2}{4\times1000\times3}\right]^{\frac{1}{3}}=\left[\frac{3}{2\times1000}\right]^{\frac{1}{3}}=0,11}$ **. Le rayon de la sphère est d'environ 11 cm.**