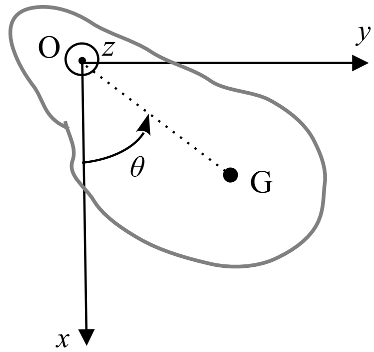
Le pendule pesant *(exemple de cours 1)*

Un pendule pesant est un solide de masse m de forme quelconque mobile dans le champ de pesanteur terrestre autour d'un axe horizontal fixe ne passant pas par son centre d'inertie G.

On note Oz l'axe de rotation orienté du solide et J_{Oz} son moment d'inertie par rapport à l'axe Oz. On suppose que la liaison entre le solide et l'axe de rotation est une liaison pivot parfaite . On néglige les frottements dus à l'air. On repère la position du solide par l'angle θ que fait la droite *(OG)* avec la verticale descendante *(Ox)*.



On note d la distance OG.

On étudie le pendule dans le repère d'espace $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

1) Établir l'équation différentielle du mouvement du pendule en θ.

2) Établir une intégrale première du mouvement. Identifier les termes de l'intégrale première du mouvement avec une énergie cinétique et une énergie potentielle.

Que traduit cette intégrale première du mouvement ?

3) Résoudre l'équation différentielle du mouvement dans le cas des petites oscillations et donner l'expression de la période propre. Dépend-elle de l'amplitude du mouvement ?

4) Proposer un protocole pour mesurer le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe *(Oz)*.

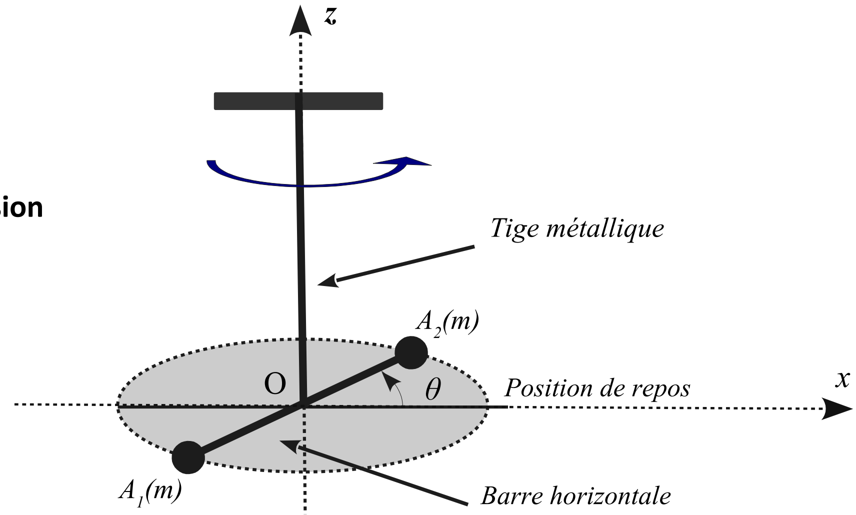
✂---

Le pendule de torsion *(exemple de cours 2)*

Le pendule de torsion *(représentée figure 1)* est constitué par une barre horizontale de longueur *2d* suspendue en son centre O à l'extrémité inférieure d'un fil métallique dont l'extrémité supérieure est reliée à un support fixe. La barre peut tourner autour de l'axe Oz vertical ascendant matérialisé par le fil. Le fil métallique exerce sur la barre une action mécanique de rappel dont le moment par rapport à l'axe Oz est $\Gamma_{Oz} = -C\theta$ où θ est l'angle que fait la barre par rapport à sa position d'équilibre et C la constante de torsion du fil.

Aux extrémités de la barre horizontale repérées par les points A_1 et A_2 sont fixées deux masse m identiques.

Figure 1 : **pendule de torsion**



On note $J = 2md^2$ le moment d'inertie par rapport à l'axe Oz du système S constitué par la barre horizontale et les deux masses m .

Le référentiel terrestre de repère d'espace $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est considéré comme galiléen.

On écarte légèrement la barre d'un angle θ_0 par rapport à sa position d'équilibre et on la lâche sans vitesse initiale. Le système se met à osciller sans frottement à la période T_0 autour de l'axe (*Oz)*.

1. Justifier l'expression du moment d'inertie du système (S).

2. En appliquant le théorème du moment cinétique par rapport à l'axe *(Oz)* au système *(S)*, établir l'équation différentielle du mouvement en θ du système *(S)* puis la résoudre.

3. En déduire la constante de torsion C du fil de torsion en fonction de m, d et T_0.

4. A partir de l'équation différentielle du mouvement établir l'intégrale première de l'énergie, en déduire l'énergie potentielle dont dérivent les actions de rappel.