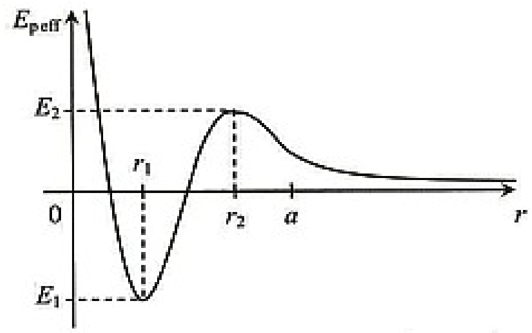
Nucléon dans un potentiel de Yukawa



Le physicien japonais Yukawa (prix Nobel en 1949) a proposé en 1935 une interprétation des interactions nucléaires : dans un référentiel $\mathfrak{R}$ galiléen de repère d'espace $R(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$, un nucléon M de masse *m* est soumis uniquement à une force centrale $\vec{F}$ dérivant de l'énergie potentielle $E_p(r)=\frac{K}{r}\exp(-\frac{r}{a})$ où *K* et *a* sont deux constantes (avec *a* positive) et *r* la distance OM. Cette énergie potentielle a pour origine l'interaction avec les autres nucléons du noyau atomique.

1. Quelles sont les unités SI des constantes *K* et *a* ?
2. Déterminer l'expression de la force centrale $\vec{F}$ subie par le nucléon. Faire un schéma afin de préciser la direction de la force. Quel doit être le signe de *K* pour que cette force soit attractive ?
3. Démontrer que la trajectoire de M se situe dans un plan que l'on précisera.
4. On choisit ce plan comme plan (*xOy*) du repère d'espace $R(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$, et on utilise maintenant les coordonnées polaires de M dans ce plan. Montrer que $C=r^2\dot{\theta}$ est une constante du mouvement et donner son expression à partir des conditions initiales : Position $\overrightarrow{OM}_0=r_0\vec{u_x}$ et vitesse $\vec{v_0}=v_1\vec{u_x}+v_2\vec{u_y}$, en fonction de r_0 et v_1 et ou v_2.
5. Montrer que l'énergie mécanique de M peut s'écrire sous la forme : $E_m=\frac{1}{2}m(\frac{dr}{dt})^2+E_{peff}(r)$ avec une fonction $E_{peff}(r)$ à préciser en fonction de *m*, *r*, r_0 , v_2, *K* et *a* . E_m est-elle une constante du mouvement ? *(justifier)*
6. On donne l'allure de $E_{peff}(r)$ ci-dessus. On suppose $E_1<E_m<0$, le nucléon est-il dans un état lié ou de diffusion. Cette situation correspond-elle à un cas usuel ?