

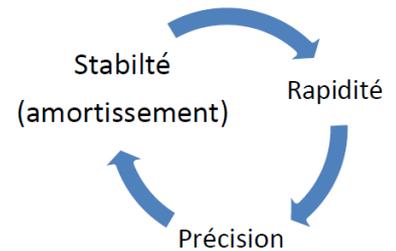


# CORRECTION DES SYSTEMES ASSERVIS

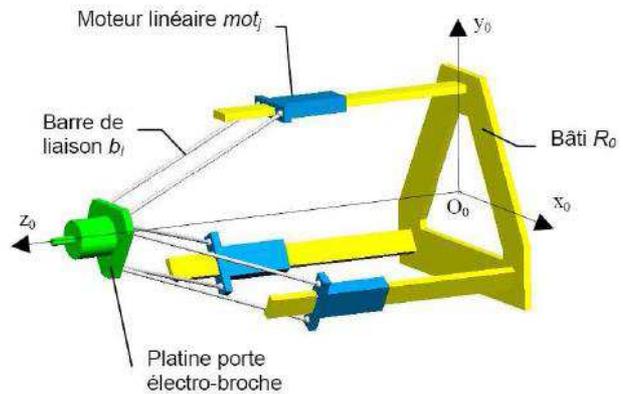
## 1- Présentation :

Comme cela a été vu précédemment, un système asservi doit satisfaire à différentes exigences appelées **performances** :

- assurer un comportement suffisamment **stable** et le maintenir;
- présenter un régime transitoire suffisamment court et bien amorti, donc être **rapide**
- être **précis** en régime permanent pour différents types de consignes ;
- être **insensible aux effets des perturbations**.



## Exemple : machine d'usinage à grande vitesse Urane SX



La machine Urane SX exploite une architecture parallèle où trois moteurs linéaires déplacent la broche, support de l'outil de coupe, en translation dans les trois directions de l'espace.

L'usinage **grande vitesse** doit répondre aux performances de rapidité, de précision et de stabilité extrêmes.

**Stabilité** : Une machine d'usinage est excitée par de multiples fréquences issues du phénomène de coupe. Il est primordial d'assurer de bonnes marges de stabilité afin d'éviter tout problème d'oscillations qui dégraderaient les surfaces usinées.

**Dépassements** : Les dépassements sont proscrits dans le cas d'une machine d'usinage. Si la broche dépasse la valeur de consigne, la matière est coupée par l'outil et la surface ou la forme de la pièce usinée n'est plus conforme aux attentes.

**Rapidité** : L'usinage grande vitesse porte d'abord son nom par la vitesse de rotation de l'outil de coupe (20 000 tr/min et plus). Mais pour assurer de bonnes conditions d'usinage, qui conditionnent la qualité des surfaces usinées, l'épaisseur des copeaux doit être suffisante. Cela impose un déplacement de la broche aussi à grande vitesse (de l'ordre de 150 m/min).

**Précision** : Les dimensions des pièces usinées dépendent directement de la précision de positionnement de la broche et donc des moteurs, malgré des efforts de coupe importants (de l'ordre de 2 000 N) qui agissent comme des perturbations.

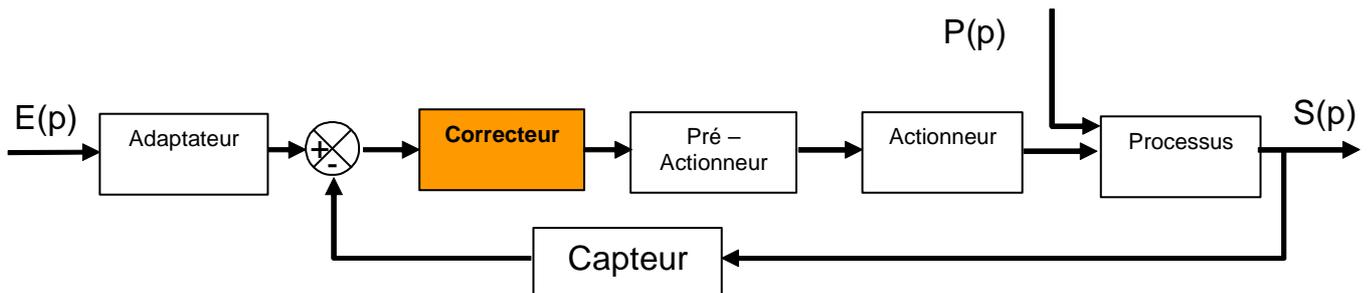
## 2- Critères de performance :

Les critères associés à ces performances peuvent être relevés sur la FTBF ou sur la FTBO :

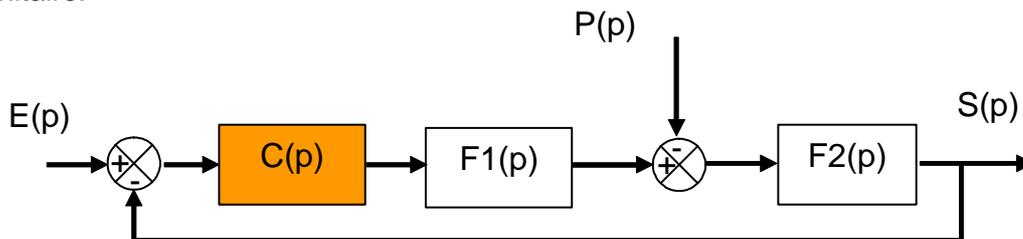
Critères	FTBF	FTBO
Stabilité	1er Dépassement relatif : $D_{1\%} \approx 10$ à 20% maxi	Marge de stabilités imposées, en général $MG = 12\text{dB}$ et $M\phi = 45^\circ$
Précision	<ul style="list-style-type: none"> <li>Erreur en régime permanent vis-à-vis d'une consigne en échelon ou en rampe : nulle ou limitée</li> <li>Sensibilité à une perturbation en échelon ou en rampe : aucune</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Gain et classe de la FTBO</li> <li>Gain et classe de la FTBO en amont de la perturbation</li> </ul>
Rapidité	Temps de réponse à 5% :	

Dans ce cours, nous allons découvrir qu'il est possible d'améliorer les performances, sans modifier la chaîne d'action, en introduisant un correcteur qui va modifier la façon de générer la commande du système.

Le correcteur est généralement situé après le comparateur, **il permet de générer le signal de commande.**



À partir du schéma précédent, on peut construire le schéma-bloc suivant d'un système asservi à retour unitaire:



### Principe de la correction

On considère, à titre d'exemple, le système constitué d'un bateau et de son skipper. Si le temps de parcours est jugé trop long, deux solutions se dessinent : **changer de bateau** ou **changer de skipper** (ou de commande).

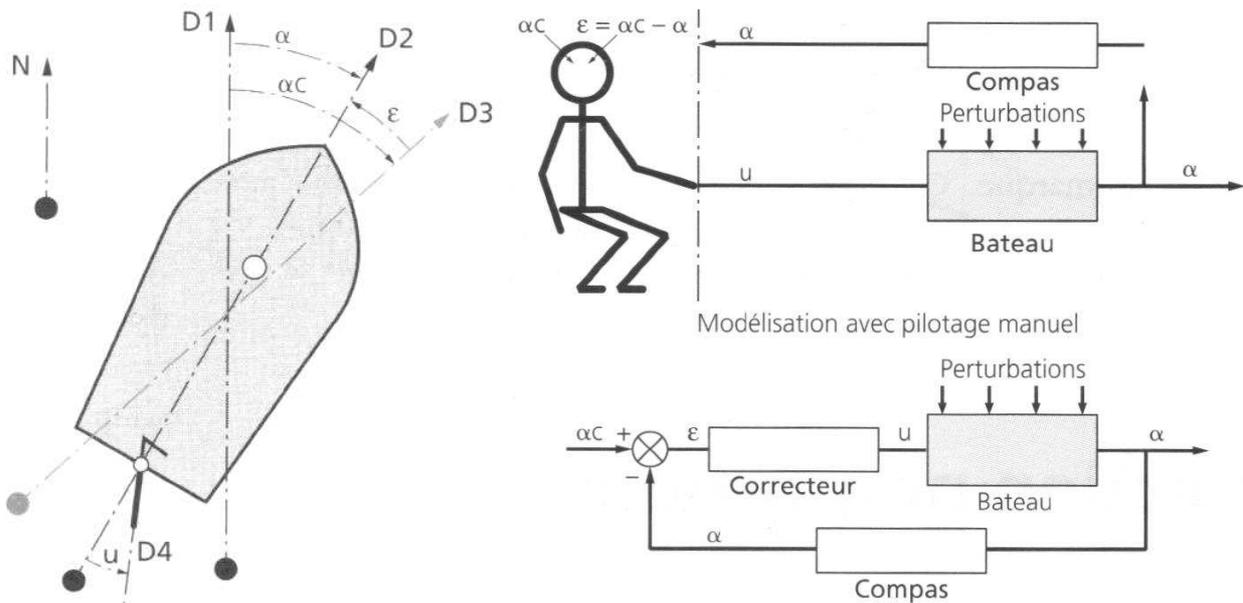
De la même façon, si un système asservi ne satisfait pas à un cahier des charges, deux solutions peuvent être envisagées :

- modifier le système en profondeur en améliorant notamment sa chaîne d'action ;
- modifier la façon de générer la commande du système.

### Commande de cap d'un voilier

Le barreur est un débutant dont on suit progressivement l'apprentissage afin de suivre son évolution par rapport à la commande de cap en fonction de l'erreur constaté entre le cap réel et celui désiré.

On considère que le barreur cherche uniquement à suivre un cap donné  $\theta_c(t)$ , et qu'il dispose de la valeur du cap réel  $\theta(t)$  donnée par un capteur (« le compas »). Il est alors apte à déterminer l'erreur  $e_r(t) = e(t) - s(t) = \theta_c(t) - \theta(t)$ .



En fonction de cette erreur, il élabore un angle de gouverne  $u(t)$  que l'on appelle la commande.

On considère la fonction de transfert du compas unitaire, afin de poser  $e_r(t) = \varepsilon(t)$ .

On analyse alors les différentes attitudes du barreur pour en tirer des modèles de relations :  $u(t) = f(\varepsilon(t))$ .

**Cas 1 : barreur novice et un peu « brutal » :**  $u(t) = U_{\max} \cdot \text{signe}(\varepsilon(t))$

Un barreur de ce type a tendance à réagir très brutalement à une erreur de cap. La commande de la barre est donc le plus souvent à l'une des extrémités de la plage de variation  $[-U_{\max}, +U_{\max}]$ , le côté choisi est lié au signe de l'erreur.

**C'est une commande tout ou rien, qui est non linéaire.**

Cette commande est peu confortable pour les passagers...

**Cas 2 : barreur débutant « plus calme » (action proportionnelle) :**  $u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t)$

La commande de la barre est donc proportionnelle à l'erreur. Elle est linéaire. Suivant la valeur de  $K_p$ , les performances vont varier : plus  $K_p$  est élevé, plus la commande sera rapide ; si  $K_p$  est trop grand, on peut tendre vers des balancements (roulis) proches de l'instabilité.

**Cas 3 : barreur expérimenté qui prend en compte la variation de l'erreur (action dérivée) :**

$$u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

Ce barreur maîtrise maintenant les évolutions de son bateau, il cherche donc à anticiper les réactions du bateau en fonction de ses choix. Il constate alors que la seule connaissance de l'erreur ne suffit plus.

Il faut aussi tenir compte de la manière dont cette erreur varie, afin d'adapter son action.

Il ajoute donc une action dérivée qui prend en compte les variations de l'erreur. La commande de barre est donc proportionnelle et dérivée.

L'amplitude de la commande sera plus faible si l'erreur a tendance à diminuer et plus forte dans le cas contraire. L'action dérivée est anticipatrice et stabilisatrice.

NB : En régime permanent, comme l'erreur est constante, le terme « dérivé » n'a aucun effet.

**Cas 4 : barreur expérimenté qui prend en compte la variation de l'erreur, mais également le cumul des erreurs (action intégrale) :**

$$u(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) + K_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + K_i \cdot \int_0^t \varepsilon(t) \cdot dt$$

Au bout de nombreuses sorties, le barreur s'aperçoit que, alors qu'il est proche du cap visé, tous les petits mouvements du bateau liés aux perturbations autour du cap à suivre font que le bateau dévie légèrement de sa direction.

Il souhaite donc connaître si au cours du temps l'erreur est plus souvent positive ou négative afin d'améliorer la qualité de sa commande. Il ajoute donc une action intégrale qui prend en compte la somme des erreurs, c'est-à-dire la qualité du suivi depuis le début de l'expérience.

La commande est alors proportionnelle, intégrale et dérivée, on dit PID.

### Cas 5 : amélioration encore possible

Le barreur peut encore s'améliorer puisqu'il doit choisir le poids relatif des coefficients  $K_p$ ,  $K_d$  et  $K_i$  en fonction d'une foule de paramètres qui sont liés au bateau (taille, chargement, état de la voilure...) et à l'environnement (vent, houle, courants...).

## 3- DIFFERENTS TYPES DE CORRECTEURS

### 3-1 Correcteur à action proportionnelle : P

La fonction de transfert du correcteur P est du type :  $C(p) = K_p$  (gain pur).

C'est le procédé de correction le plus simple à réaliser.

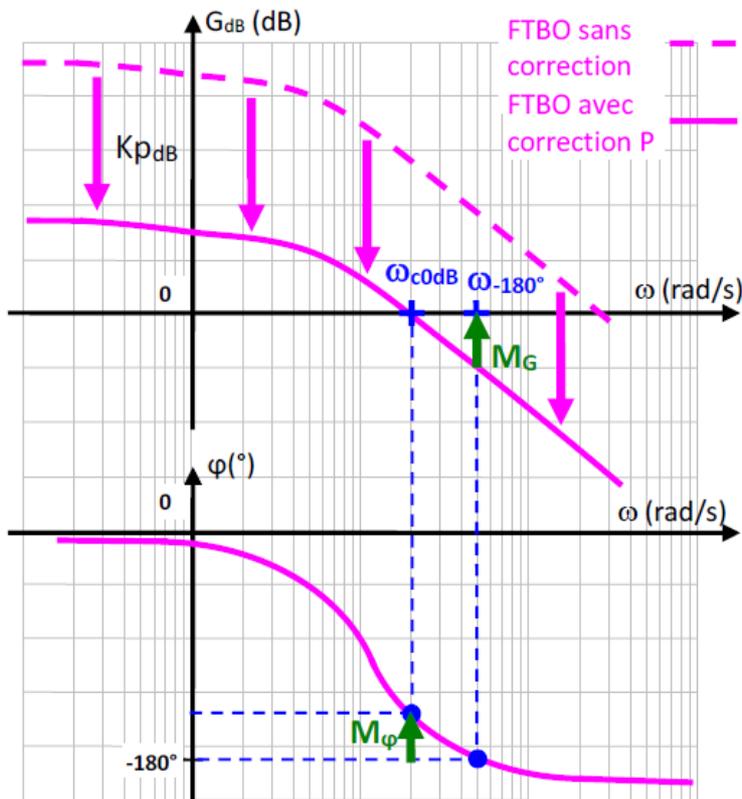
Il consiste à modifier le gain global  $K_{BO}$  de la FTBO initiale en le multipliant par le gain  $K_p$

Ainsi après correction, on obtient un nouveau gain statique de la FTBO corrigée:  $K_{\text{corrigé}} = K_{BO} \cdot K_p$

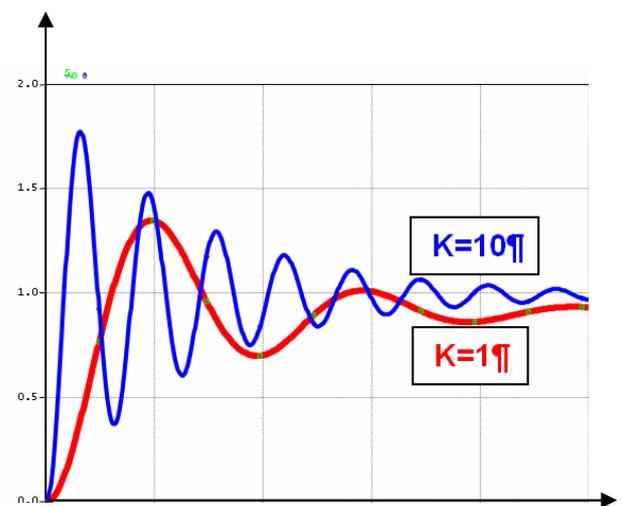
#### Effet d'un correcteur proportionnel

La modification du gain de la FTBO engendrée par le correcteur proportionnel se traduit :

- sur le diagramme de BODE en phase  $\Rightarrow$  aucun changement.
- sur un diagramme de BODE en gain  $\Rightarrow$  translation du lieu de transfert suivant l'axe du gain. La translation se fait dans un sens ou dans l'autre, suivant la valeur de :  $K_p$ 
  - si  $K_p < 1$ , la translation se fait vers le bas
  - si  $K_p > 1$ , la translation se fait vers le haut



Influence d'un correcteur proportionnel sur le diagramme de Bode



Réponse temporelle

Donc si  $K_p > 1$  : le système est

- plus rapide
- plus précis
- moins stable

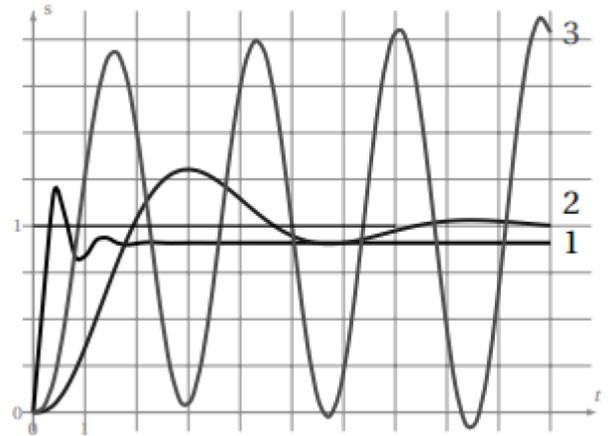
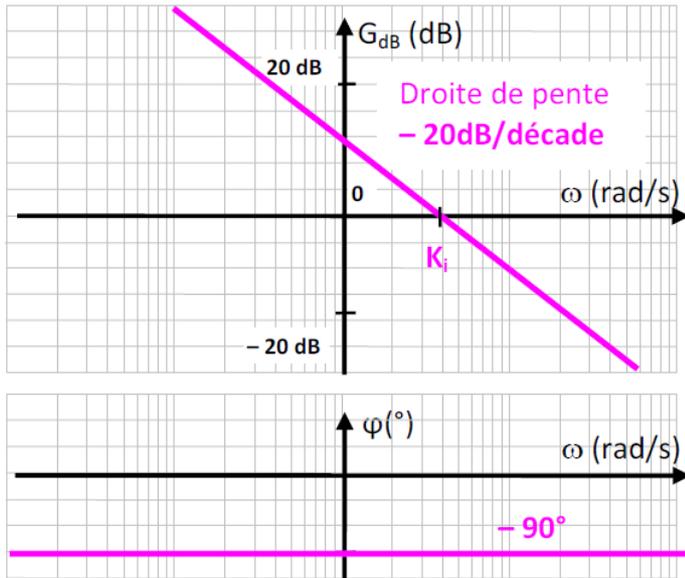
La correction proportionnelle seule ne permet généralement pas de satisfaire toutes les contraintes d'un cahier des charges.

### 3-2 Correcteur à action intégrale I

Correcteur intégral pur : I

La fonction de transfert du correcteur I est du type  $C(p) = \frac{1}{T_i \cdot p} = \frac{K_i}{p}$

Un correcteur intégral « pur » ne comporte qu'une action intégrale. Il augmente la classe de la FTBO. Particularités des diagrammes de BODE d'un correcteur intégral :



Influence d'un correcteur intégral sur une réponse indicielle :  
 1 : non corrigé – 2 :  $K_i = 0,5 \text{ s}^{-1}$   
 2 :  $K_i = 0,1 \text{ s}^{-1}$

#### Influence sur la précision

- une intégration dans la FTBO **annule l'erreur** vis-à-vis d'une consigne en échelon ;
- une intégration, **placée avant une perturbation**, permet d'annuler les effets d'une perturbation en échelon.

#### Influence sur la rapidité

- si  $K_i > \omega_{c(0dB BO)}$ , cela rend le système plus rapide ;
- si  $K_i < \omega_{c(0dB BO)}$ , cela rend le système plus lent.

#### Influence sur la stabilité

cette correction apporte un déphasage de  $-90^\circ$  sur toute la courbe de phase de la FTBO, ce qui est bien souvent incompatible avec le critère de stabilité. En effet, les marges de gain et de phase du système corrigé s'en trouvent sérieusement diminuées. Son utilisation peut souvent engendrer une instabilité du système

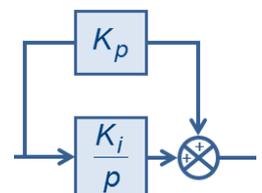
#### Intérêt de ce type de correcteur :

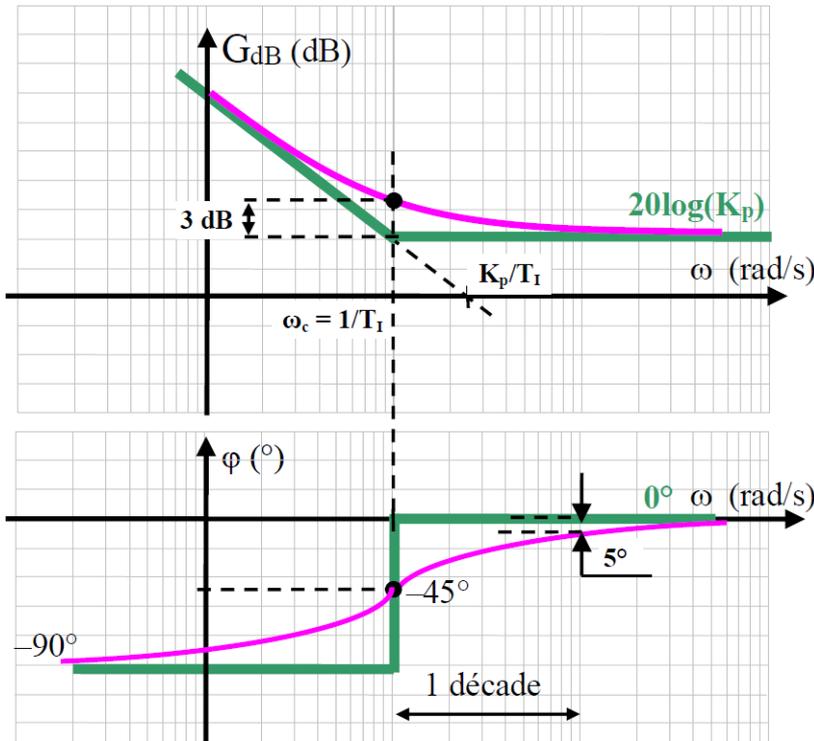
En raison de son influence néfaste sur la stabilité, ce correcteur est donc très peu utilisé seul en pratique. Il est, en général, associé à une action proportionnelle.

### 3-3 Correcteur proportionnel intégral : PI

La fonction de transfert du correcteur PI est du type :

$$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = \frac{K_p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p}$$





Particularités des diagrammes de BODE d'un correcteur proportionnel intégral :

Ce correcteur possède deux paramètres de réglage :

- $K_p$  qui n'agit que sur le gain, la courbe de gain est traduite verticalement ;
- $K_i$  (ou  $T_i$ ) qui agit principalement sur la phase.

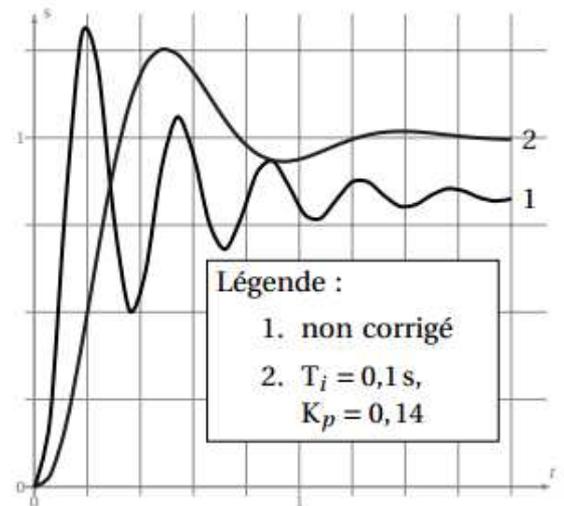
Ce correcteur se comporte donc comme:

- un correcteur *intégral* pour les basses pulsations,
- un correcteur *proportionnel* pour les hautes pulsations.

Avec une telle combinaison, on essaie de cumuler les avantages des différentes corrections élémentaires, tout en essayant d'atténuer leurs points faibles.

L'inconvénient du déphasage de  $-90^\circ$  sur toute la gamme de l'intégrateur pur est levé puisque à haute fréquence, ce correcteur ne provoque plus de déphasage.

Un choix judicieux du gain  $K_p$  et de la constante d'intégration  $T_i$  permet ainsi d'améliorer le comportement du système sans trop dégrader la stabilité et la rapidité comme le montre la réponse temporelle ci contre



**Influence sur la précision**

comme pour la correction intégrale, la précision est améliorée par l'augmentation de la classe de la FTBO : une intégration dans la FTBO annule l'erreur en régime permanent pour une consigne en échelon ; une intégration, placée avant une perturbation, permet d'annuler les effets d'une perturbation indicielle.

**Influence sur la stabilité**

en termes de stabilité, le résultat obtenu est meilleur qu'avec le correcteur intégral pur. Il faut veiller à choisir  $K_i$  de telle sorte que la phase de la FTBO ne soit pas diminuée au voisinage du point critique. L'effet du gain  $K_p$  est le même que pour le correcteur proportionnel.

**Influence sur la rapidité**

l'effet du gain  $K_p$  est le même que pour le correcteur proportionnel.

**Réglage d'un correcteur proportionnel intégral à partir d'une marge de phase imposée**

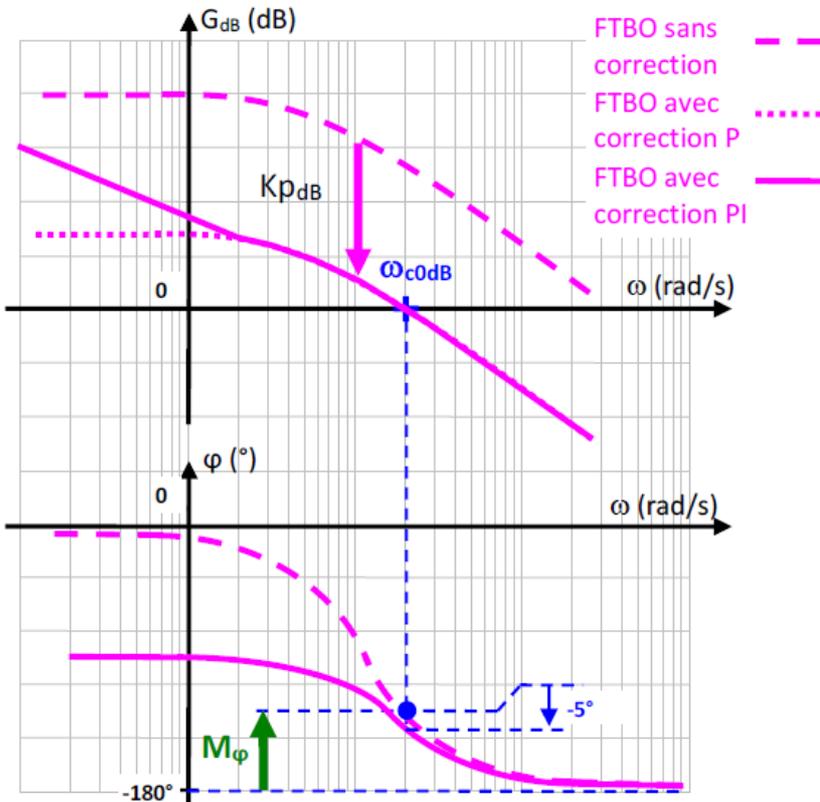
Dans la pratique afin d'obtenir les performances attendues en boucle fermée, le réglage du correcteur proportionnel intégral s'effectue à l'aide de la FTBO :

**Étape 1:** réglage de  $K_p$  : on choisit le coefficient  $K_p$  de façon à obtenir la marge de phase désirée avec la correction proportionnelle seule.

**Etape 2:** Réglage de  $T_i$  : on met ensuite en place l'effet intégral mais cela ne doit pas (ou peu) modifier le réglage effectué à la pulsation  $\omega_{c(0dB BO)}$ .

Il faut donc prendre une constante de temps  $T_i$  telle que  $\frac{1}{T_i} \ll \omega_{c0dB}$

On prend en général un écart d'une décade  $T_i = \frac{10}{\omega_{c0dB}}$



**Réglage d'un correcteur PI par compensation du pôle dominant**

$$FTBO = \frac{G(p)}{(1 + \tau \cdot p)} \quad \text{avec} \quad -\frac{1}{\tau} \quad \text{pôle dominant.}$$

On choisit  $T_i = \tau$  pour éliminer le pôle le plus proche de la zone d'instabilité.

$$\text{Ainsi } FTBO_{\text{corrigée}} = \frac{K_p \cdot G(p)}{T_i \cdot p}$$

Cette méthode permet d'améliorer à la fois précision, stabilité et rapidité.

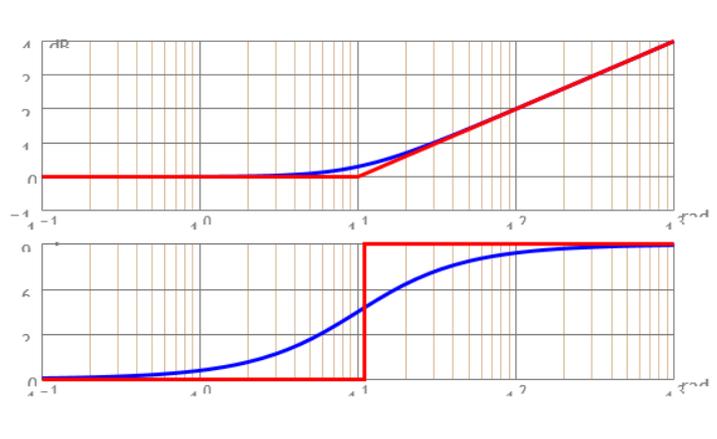
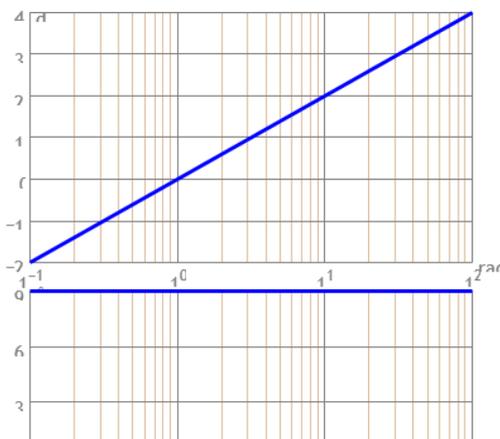
**3-4 Correcteur à action dérivée**

**Correcteur dérivé : D ; et correcteur proportionnel dérivé : PD**

Afin d'augmenter la marge de phase et donc d'améliorer la stabilité, une idée simple pourrait être d'utiliser un correcteur qui augmente la phase de la FTBO, et ce pour toutes les pulsations. On pense alors aux correcteurs théoriques de type dérivé ou proportionnel dérivé.

$$C(p) = K_d \cdot p$$

$$C(p) = K_p + K_d \cdot p$$



On parle de correcteurs théoriques car, ils impliquent une amplification de la sortie très importante pour les hautes fréquences.

En pratique, il n'est pas possible de réaliser des systèmes techniques capables d'assurer une telle amplification et dans le cas des réalisations essayant d'approcher ces modèles théoriques, on se retrouve avec une amplification des bruits parasites, ce qui rend les systèmes inutilisables.

La solution est donc de prévoir une limite de cette amplification pour les hautes fréquences en imposant un gain constant à partir d'une certaine valeur de  $\omega$ . On parle de **correcteur à avance de phase**. Le paragraphe suivant développe ainsi la seule utilisation pratique de l'action dérivée.

**3-5 Correcteur à avance de phase**

La fonction de transfert du correcteur à avance de phase est du type :

$$C(p) = \frac{K_p \cdot (1 + aT_d \cdot p)}{(1 + T_d \cdot p)} \text{ avec } a > 1 \text{ ou } C(p) = \frac{K_p \cdot (1 + T'_d \cdot p)}{(1 + bT'_d \cdot p)} \text{ avec } b < 1$$

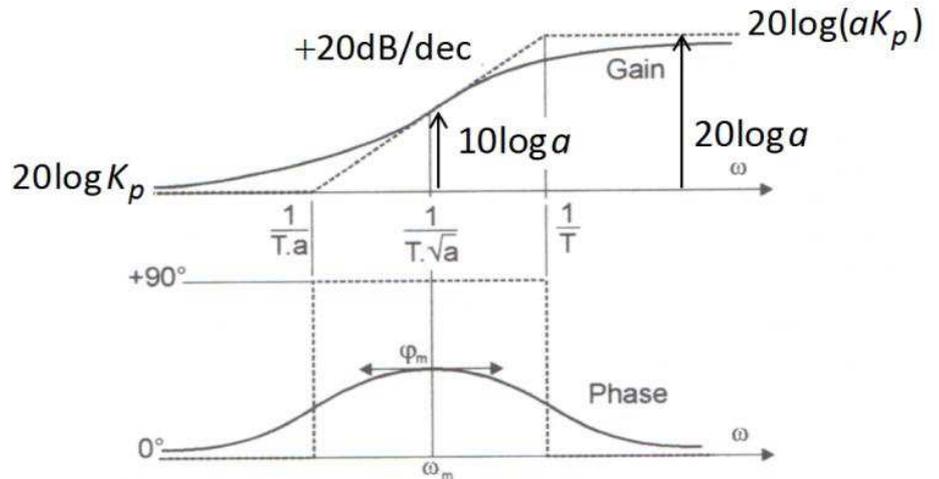
La phase passe par un maximum  $\varphi_{\max}$  tel que

$$\varphi_{\max} = \text{Arc sin} \frac{a-1}{a+1} \text{ ou}$$

$$\varphi_{\max} = \text{Arc sin} \frac{1-b}{1+b}$$

pour la pulsation

$$\omega_m = \frac{1}{T_d \cdot \sqrt{a}} \text{ ou } \omega_m = \frac{1}{T'_d \cdot \sqrt{b}}$$



**Effet d'un correcteur à avance de phase**

**Influence sur la stabilité**

Pour  $\frac{1}{T_d \cdot a} < \omega < \frac{1}{T_d}$  la phase de la FTBO non corrigée est augmentée par ce correcteur. Il permet donc d'augmenter la marge de phase afin d'améliorer le comportement d'un système instable ou mal stabilisé.

**Influence sur la précision**

dépend de la valeur de  $K_p$  :  $K_p > 1$  améliore la précision et  $K_p < 1$  dégrade la précision.

**Influence sur la rapidité**

il augmente la bande passante, et donc améliore la rapidité.

**Intérêt de ce type de correcteur :**

Compte tenu de ces particularités, le correcteur à avance de phase est souvent utilisé lorsqu'un système présente une marge de phase insuffisante pour la pulsation de coupure du système non corrigé.

**Réglage d'un correcteur à avance de phase**

Si la FTBO ne possède pas d'intégration, l'écart de position ne sera pas nul. Il faudra prévoir soit un intégrateur dans la correction, soit un gain  $K_p$  suffisant.

**4- Bilan de l'effet des différentes corrections**

Correcteur	Fonction de transfert	Stabilité	Précision	Rapidité
P	$C(p) = K_p$	↓ si $K_p > 1$ ↑ si $K_p < 1$	↑ si $K_p > 1$ ↓ si $K_p < 1$	↑ si $K_p > 1$ ↓ si $K_p < 1$
I	$C(p) = \frac{K_i}{p} = \frac{1}{T_i p}$	↓↓	↑↑	↑ si $K_i > \omega_{c0dB}$ ↓ si $K_i < \omega_{c0dB}$
PI	$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = \frac{K_p(1 + T_i p)}{T_i p}$	↓ si $K_p > 1$ ↑ si $K_p < 1$	↑↑	↑ si $K_p > 1$ ↓ si $K_p < 1$
Avance de phase	$C(p) = \frac{K_p(1 + aT_d p)}{1 + T_d p}$ avec $a > 1$	↑↑	↓ (car $K_p < 1$ )	↑