

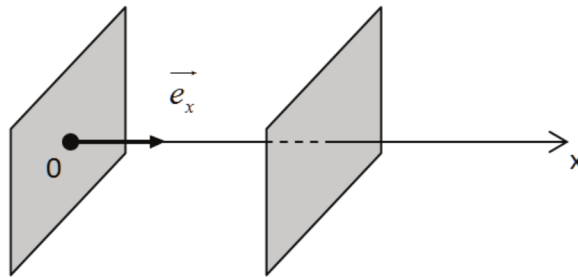
FORMULAIRE D'ANALYSE VECTORIELLE

Composition d'opérateurs :

$$\begin{aligned} \overline{\text{rot}}(\overline{\text{grad}} f) &= \vec{0} & \text{div}(\overline{\text{rot}} \vec{a}) &= 0 \\ \text{div}(\overline{\text{grad}} f) &= \Delta f & \overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}} \vec{a}) &= \overline{\text{grad}}(\text{div} \vec{a}) - \overline{\Delta} \vec{a} \end{aligned}$$

A / Champ électrostatique d'un condensateur plan

Considérons 2 plaques métalliques planes, de surface S , perpendiculaires à l'axe (Ox) , caractérisées par les abscisses respectives $x = 0$ et $x = e$ et portées respectivement aux potentiels V_1 et V_2 .



Nous supposons que les dimensions transversales de ces plaques sont assez grandes pour pouvoir négliger les effets de bord. Ainsi nous supposons que le potentiel entre les 2 plaques ne dépend que de x et s'écrit $V(x)$.

En outre, on suppose que ces 2 plaques constituent un condensateur : l'espace entre ces 2 armatures est vide et elles portent des charges électriques opposées ($Q_2 = -Q_1$ avec Q_2 charge portée par la plaque d'abscisse $x = e$).

A1. Etablir l'équation vérifiée par le potentiel $V(x)$ entre les plaques du condensateur.

A2. Résoudre cette équation en utilisant les potentiels V_1 et V_2 et la distance e .

A3. En déduire une première expression du champ électrostatique \vec{E} entre les 2 plaques à l'aide de V_1 , V_2 et e .

Quelles sont les propriétés de ce champ ? Quelle est l'allure des lignes de champ en supposant $V_1 > V_2$?

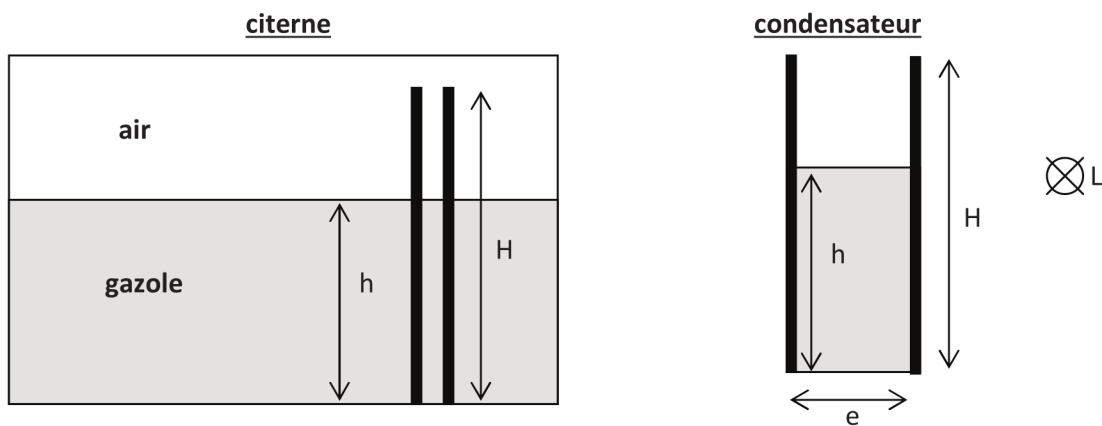
- A4.** Le champ étant nul à l'extérieur, établir une deuxième expression du champ électrostatique \vec{E} entre les 2 plaques en fonction de Q_1 , S et ϵ_0 où ϵ_0 est la permittivité du vide.
- A5.** En déduire l'expression de la capacité C_0 du condensateur plan à l'aide de e , S et ϵ_0 .

B / Capacité du capteur

On souhaite mesurer la hauteur h de gazole dans une citerne à l'aide d'un capteur capacitif. Ce dernier peut être assimilé à un condensateur plan de capacité $C(h)$, fonction de h et constitué de 2 armatures rectangulaires en cuivre de hauteur H , de largeur L et distantes de e .

H correspond également à la hauteur maximale de gazole dans la citerne.

L'espace entre les armatures est rempli en partie de gazole sur une hauteur h et en partie d'air.



On admet que la capacité d'un condensateur plan rempli d'un isolant de permittivité relative ϵ_r vaut $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{e}$.

- B1.** Montrer que l'association en parallèle de deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 est équivalente à un seul condensateur de capacité $C_{eq} = C_1 + C_2$.
- B2.** En déduire l'expression de $C(h)$ en fonction de h , H , L , e , ϵ_r (permittivité relative du gazole) et ϵ_0 .
- B3.** Vérifier que $C(h)$ peut s'écrire numériquement suivant la formule suivante :

$$C(h) = 118.(1,00 + 4,00.h) \text{ avec } C(h) \text{ en pF et } h \text{ en m}$$

Calculer les valeurs C_{min} et C_{max} de $C(h)$ quand la citerne est respectivement vide et pleine.