



DS4

Durée 2 heures - Calculatrices autorisées

Le sujet comporte 2 exercices sur la dynamique.

Le candidat est invité à formuler toute hypothèse qui lui semblerait nécessaire pour pouvoir répondre aux questions posées. Tous les résultats seront encadrés.

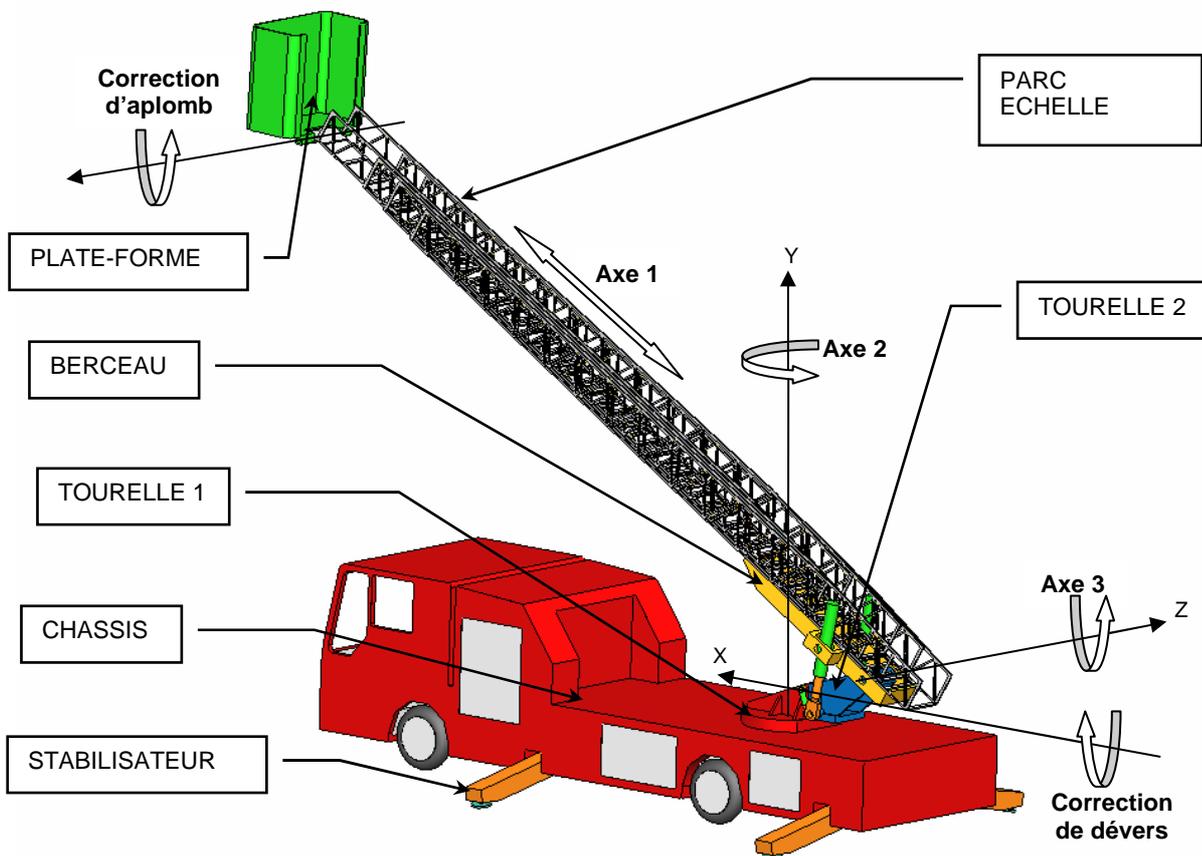
1- Echelle de pompier

Le système étudié est une Echelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle.

Ce système conçu et commercialisé par la société CAMIVA est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme pouvant recevoir deux personnes et un brancard le plus rapidement possible et en toute sécurité.



Présentation



Le déplacement de la plate-forme est réalisé suivant trois axes :

- Le déploiement du parc échelle (axe 1) : Chaque plan de l'échelle peut se translater par rapport aux autres ; seul le quatrième plan d'échelle est solidaire du berceau.
- Le pivotement autour de l'axe Y (axe 2) : La tourelle 1 peut pivoter par rapport au châssis autour d'un axe vertical.
- La rotation autour de l'axe Z (axe 3) : Le berceau peut tourner par rapport à la tourelle 2 autour d'un axe horizontal.

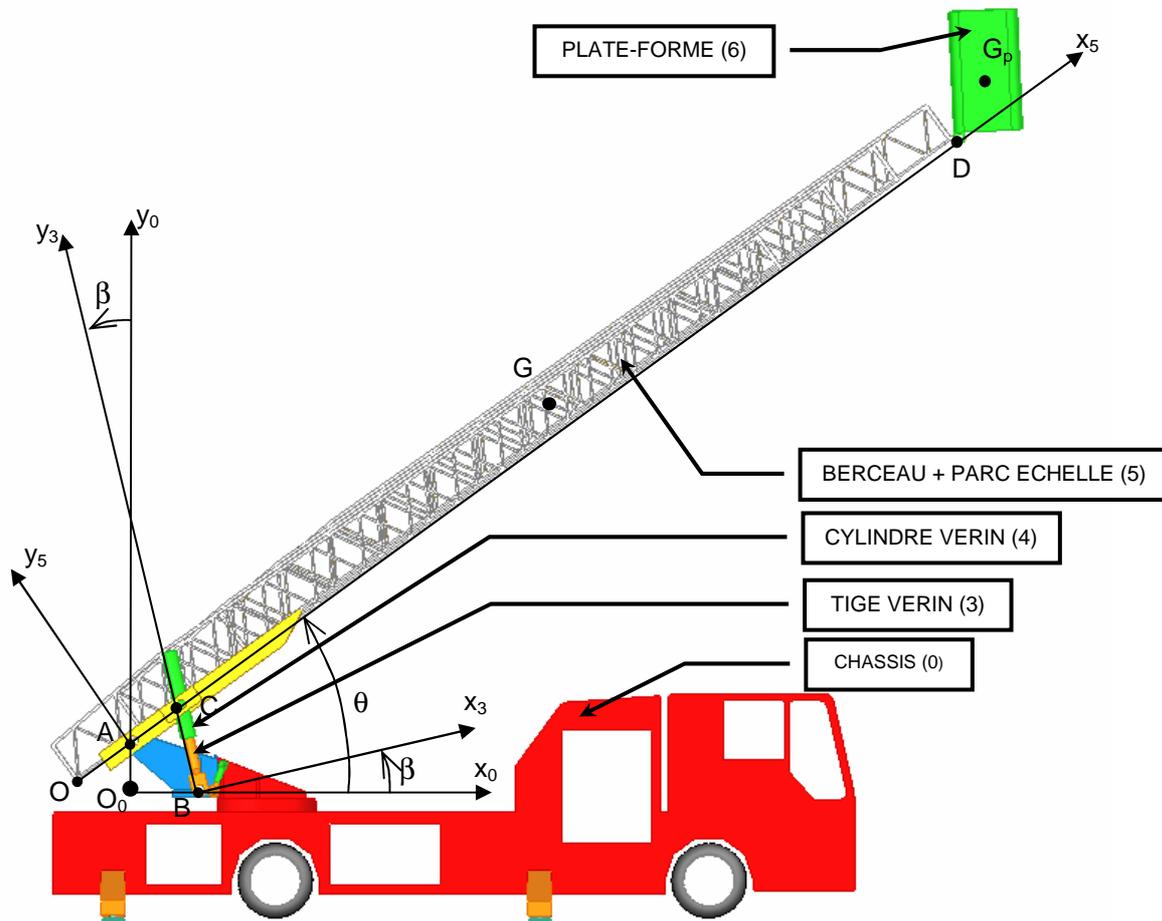
Pour garantir la sécurité, le système maintient toujours la plate forme en position horizontale :

- La correction d'aplomb oriente la plate-forme autour d'un axe horizontal parallèle à l'axe Z.
- La correction de devers oriente l'ensemble parc échelle et plate-forme autour de l'axe X : la tourelle 2 s'oriente par rapport à la tourelle 1 suivant un axe perpendiculaire aux axes 3 et 2.

Lors des déplacements suivant les axes 2 et 3, le système « VARIMAX » de commande des actionneurs maintient la vitesse de la plate-forme la plus constante possible afin de limiter les mouvements de balancier qui résulteraient d'une commande trop « brusque ».

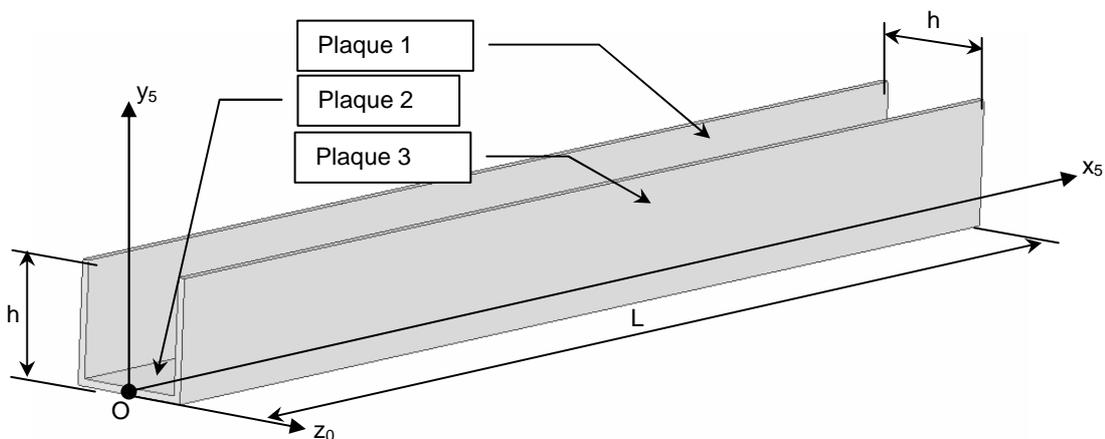
DIMENSIONNEMENT DES VERINS

L'objectif de cette étude est de déterminer la taille des vérins à utiliser pour déplacer l'échelle.



GEOMETRIE DU PARC ECHELLE.

Dans une première approche, on modélisera le parc échelle par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseur négligeable, de longueur L et de largeur h. Chaque plaque a une masse notée m.



1-1 Montrez que le vecteur position \overrightarrow{OG} du centre de gravité G du parc échelle est tel que

$$\overrightarrow{OG} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \cdot \vec{y}_5$$

CHOIX DES VERINS.

Les deux vérins doivent être capables de déplacer l'ensemble du parc échelle et la plate-forme chargée.

- **Le parc échelle (5):**

On notera la matrice d'inertie du parc échelle au point G (son centre de gravité) dans la base $(\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)$:

$$I(G,5) = \begin{bmatrix} I_{Gx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Gy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Gz} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_0)}$$

Le parc échelle a une masse notée **3m** et une longueur notée **L**.

Son centre de gravité G est tel que $\vec{OG} = \frac{L}{2} \cdot \vec{x}_5 + \frac{h}{3} \cdot \vec{y}_5$.

Le parc échelle est solidaire du berceau avec $\vec{OA} = d \cdot \vec{x}_5$.

- **La plate forme chargée (6):**

Pendant le redressement ou l'abaissement, la plate-forme reste toujours horizontale.

Sa masse une fois chargée sera notée M et son centre de gravité est le point G_P tel que :

$$\vec{DG}_P = \lambda \cdot \vec{x}_0 + \mu \cdot \vec{y}_0$$

On notera la matrice d'inertie de la plate forme chargée au point G_P (son centre de gravité) dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$:

$$I(G_P,6) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

$$\vec{AD} = H \cdot \vec{x}_5$$

- **Le berceau (5):**

Sa masse sera négligée devant les autres masses.

Il est incliné par rapport à l'horizontal d'un angle θ fonction du temps.

- **Les vérins (3+4):**

Leurs masses seront négligées devant les autres masses.

Ils devront exercer un effort, modélisé par un glisseur de résultante $\vec{R} = R \cdot \vec{y}_3$ appliqué en C,

permettant le déplacement θ . $\vec{AC} = r \cdot \vec{x}_5$

1-2 : Déterminez l'expression littérale du moment dynamique en A de l'ensemble {parc échelle + berceau} (5) par rapport au châssis (0) : $\delta_{(A,5/0)}$.

1-3 : Déterminez l'expression littérale du moment dynamique en A de la plate-forme (6) par rapport au châssis (0) : $\delta_{(A,6/0)}$.

1-4 : Déterminez l'expression littérale de l'effort R que devra fournir l'ensemble des deux vérins sur le berceau, en fonction des masses, des paramètres géométriques et de l'angle θ et de ses dérivées.

Indiquer clairement les sous-ensembles isolés, les actions mécaniques prises en compte et les théorèmes utilisés.

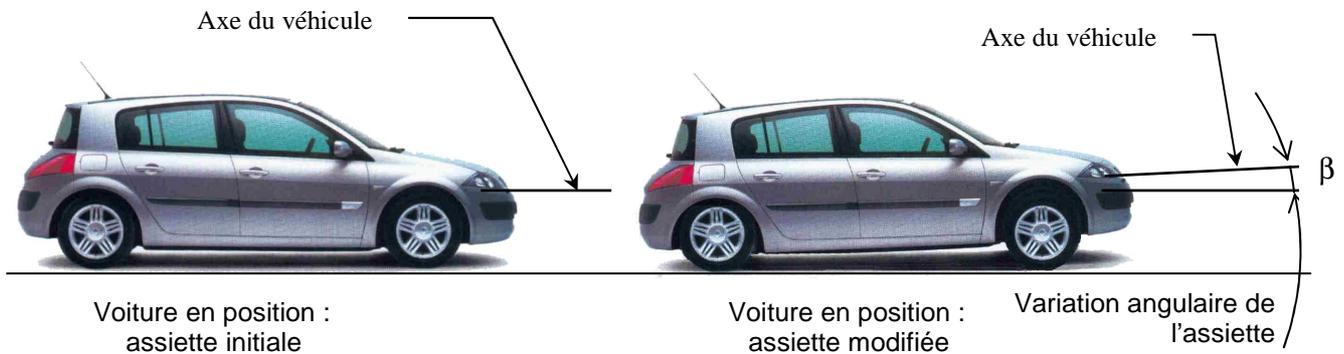
Proposition : Vous pouvez appliquer le PFD à l'ensemble 3+4

Puis à l'ensemble 5 + 6 (pour cela il sera utile d'appliquer le PFD à 5, le PFD à 6, et de sommer les 2 relations obtenues)

2- Freinage de voiture

Mise en situation

L'assiette d'un véhicule se modifie avec sa charge, le profil de la route ou les conditions de conduite (phase de freinage ou d'accélération).



Calcul de l'angle de tangage en fonction de l'accélération du véhicule

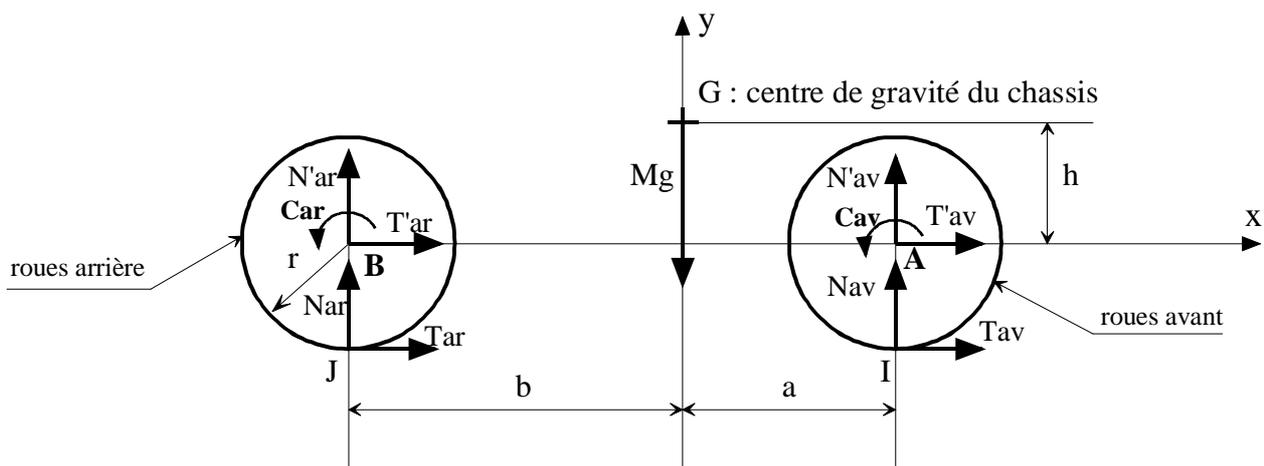
Le but est de déterminer le comportement d'une voiture lors d'une phase de freinage ou d'accélération.

Notations et hypothèses :

$\{F_{S_1 \rightarrow S_2}\}_M$: torseur statique de l'effort de S_1 sur S_2 exprimé au point M.

Tous les torseurs sont écrits dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Notre étude portant sur l'angle de tangage de la voiture (angle autour de \vec{z}), nous nous ramènerons à un problème plan, dans le plan (G, \vec{x}, \vec{y}) . Nous considérerons donc 3 groupes cinématiques : le châssis, l'ensemble des 2 roues avant d'axe (A, \vec{z}) et l'ensemble des 2 roues arrière d'axe (B, \vec{z}) .



$$\{F_{roues\ arri\ere \rightarrow chassis}\}_B = \begin{Bmatrix} T'_{ar} & 0 \\ N'_{ar} & 0 \\ 0 & C'_{ar} \end{Bmatrix}_B$$

$$\{F_{roues\ avant \rightarrow chassis}\}_A = \begin{Bmatrix} T'_{av} & 0 \\ N'_{av} & 0 \\ 0 & C'_{av} \end{Bmatrix}_A$$

C_{av} et C_{ar} sont aussi bien des couples de freinage que des couples d'accélération (positif ou négatif).

$$\{F_{sol \rightarrow roues\ arri\ere}\}_J = \begin{Bmatrix} T_{ar} & 0 \\ N_{ar} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_J$$

$$\{F_{sol \rightarrow roues\ avant}\}_I = \begin{Bmatrix} T_{av} & 0 \\ N_{av} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_I$$

Données :

- I_{av} : moment d'inertie équivalent des roues avant et de l'ensemble des pièces tournantes par rapport à l'axe de rotation (A, \vec{z}) .
- I_{ar} : moment d'inertie équivalent des roues arrière et de l'ensemble des pièces tournantes par rapport à l'axe de rotation (B, \vec{z}) .
- r : rayon d'une roue.
- m : masse de l'ensemble comprenant les 2 roues avant ou les 2 roues arrière.
- M : masse du châssis.
- On considère qu'il y a roulement sans glissement en I et J entre les roues et la route et que la voiture roule en ligne droite.
- $\vec{\Omega}(\text{roue}/\text{sol}) = \dot{\theta} \vec{z}$.
- $\vec{\Omega}(\text{chassis}/\text{sol})$ négligé et l'accélération $\vec{\Gamma}(G, \text{chassis} / \text{sol}) = \Gamma \vec{x}$.

Recherche de l'accélération de la voiture en fonction des couples C_{av} et C_{ar}

- 2- 1. Isoler l'ensemble des roues avant et écrire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique (l'équation des moments sera exprimée au point A).
- 2- 2. Isoler l'ensemble des roues arrière et écrire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique (l'équation des moments sera exprimée au point B).
- 2- 3. Isoler le châssis et écrire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique (l'équation des moments sera exprimée au point G).
- 2- 4. En utilisant le roulement sans glissement en I entre la roue avant et le sol, trouver une relation entre l'accélération de la voiture Γ et $\ddot{\theta}$ (dérivée par rapport au temps de la vitesse de rotation de la roue par rapport au sol).
- 2- 5. A partir des 4 questions précédentes, déterminer l'accélération de la voiture Γ en fonction de C_{av} , C_{ar} , r , m , M et I ($I = I_{av} + I_{ar}$).

Détermination du comportement de différents types de voiture en phase de freinage et d'accélération

- 2- 6. Trouver les efforts dans les suspensions avant et arrière (N'_{av} et N'_{ar}) en fonction du couple C ($C = C_{av} + C_{ar}$), M , a , h et Γ .

Préciser pour chaque suspension l'augmentation ou la diminution de l'effort par rapport à ceux de la position d'équilibre (voiture à l'arrêt).

- 2- 7. Préciser le signe du couple C et de l'accélération Γ lors d'une phase de freinage et d'accélération, en marche avant.

2- 8. compléter le tableau suivant . On indiquera pour chaque case si c'est l'avant ou l'arrière de la voiture qui se soulève. (dans tous les cas, une voiture freine des 4 roues en même temps).

	Phase d'accélération	Phase de freinage
Traction (2 roues avant motrices)		
Propulsion (2 roues arrière motrices)		
Transmission intégrale (4 roues motrices)		

2- 9. Pour chaque cas (traction, propulsion et transmission intégrale), précisez la direction des efforts sol → roues avant et sol → roues arrière en complétant le tableau ci-dessous. (effort horizontal ou vertical ou incliné vers l'avant ou incliné vers l'arrière).



Direction des efforts

	Phase d'accélération		Phase de freinage	
	Roue arrière	Roue avant	Roue arrière	Roue avant
Traction (2 roues avant motrices)				
Propulsion (2 roues arrière motrices)				
Transmission intégrale (4 roues motrices)				

Cas particulier et applications numériques.

On étudie la voiture dans une phase de forte accélération.

On suppose qu'elle passe de 0 à 100 km/h en 7 s à accélération constante.

2- 10. Déterminer son accélération.

2- 11. En se servant des résultats de la question Q5, déterminer le couple d'accélération C à fournir aux roues de la voiture.

On prendra : $M = 1300 \text{ kg}$, $m = 30 \text{ kg}$, $r = 30 \text{ cm}$ et $I = 4 \text{ kg.m}^2$.

2- 12. Trouver alors numériquement les efforts dans les suspensions avant et arrière (N'_{av} et N'_{ar}). On prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$; $a = 1 \text{ m}$; $b = 1,6 \text{ m}$ et $h = 30 \text{ cm}$.

La voiture étant à l'arrêt, calculer les efforts dans les suspensions. Calculer alors l'augmentation ou la diminution de ces efforts durant la phase d'accélération.

La voiture à l'arrêt est supposée horizontale.

2- 13. Déterminer la valeur de l'angle de tangage β de la voiture en fonction de la raideur k des amortisseurs. Faire l'application numérique. $k = 150 \text{ N / cm}$