

DS5 : MOTO ELECTRIQUE

L'usage de calculatrices est autorisé.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. **Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.**

1. Introduction



Moto de trial électrique

La motorisation électrique fait désormais partie intégrante du paysage des deux-roues motorisés.

A l'image de l'industrie automobile, la propulsion électrique est le nouveau cheval de bataille de nombreux constructeurs de 2 roues, voire l'unique alternative aux soucis de pollution qu'elle soit chimique ou sonore.

Après plusieurs réalisations pour des constructeurs établis, Electric Motion s'est lancé dans la conception de la EM 5.7, une moto de trial loisir électrique.

La conception d'une moto de trial entièrement électrique est une réalisation qui a permis de faire des prouesses d'adaptations en termes de poids, volume, puissance et d'autonomie dans l'environnement particulièrement exiguë qu'est un cadre de moto de trial. Les performances atteintes sont en adéquation avec les besoins d'utilisation et la EM 5.7 est un modèle technologique dans son domaine qui allie performances et respect de l'environnement devenant ainsi la première moto de trial électrique produite en série.

Caractéristiques de la moto

Le moteur électrique

Il s'agit d'un moteur électrique triphasé de type Brushless.

Puissance : 5 kW en continu (12 kW en pic).

Couple : 16 Nm en continu (24 Nm en pic).



La batterie

La batterie de 48 V et 25 Ah stocke une énergie de 1,2 kWh.

Allant de 50 à 150 minutes, suivant l'utilisation, l'autonomie de cette batterie permet une plage de liberté pour l'utilisateur. Le temps de recharge complète est de 110 min (80% de charge en 40 minutes) La batterie dispose d'un BMS (Battery Manager System), cerveau de la batterie qui permet de contrôler et équilibrer la charge et la décharge. Son utilisation permet d'augmenter la durée de vie de la Batterie Lithium Polymère.

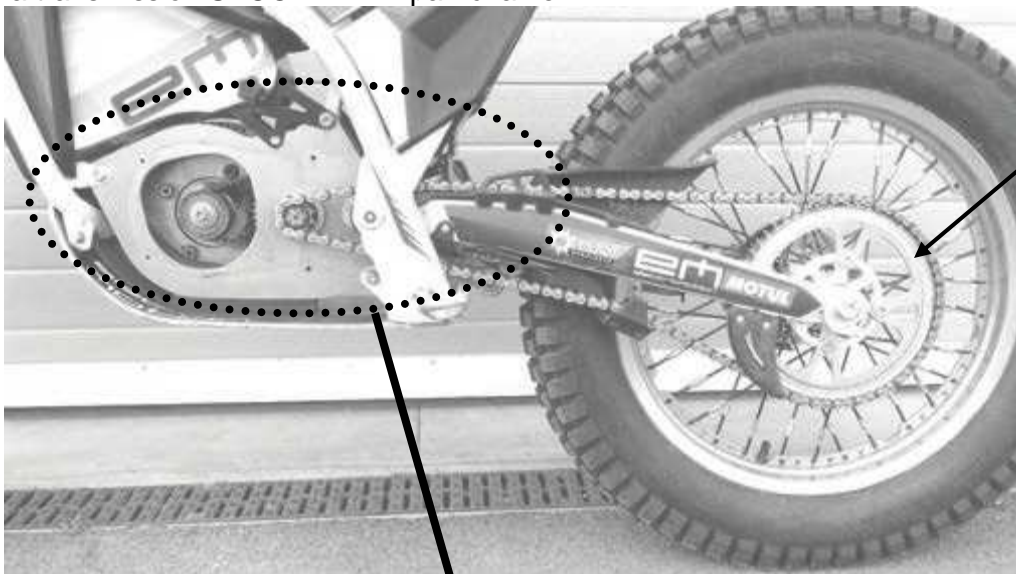
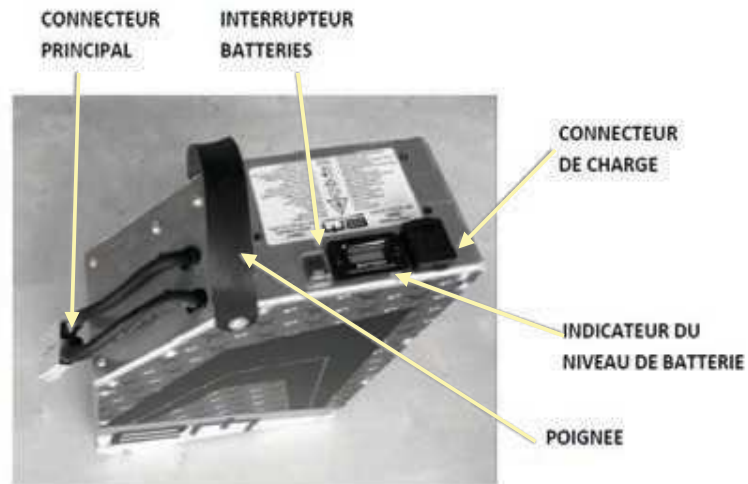
Le contrôleur

Dans une motorisation électrique le contrôleur joue le même rôle que le carburateur pour une motorisation thermique, et constitue la commande de la propulsion, afin de :

- contrôler la puissance maximum,
- paramétrer l'accélération,
- paramétrer le frein moteur,
- récupérer l'énergie (ce qui n'est pas contre pas possible sur les véhicules thermiques).

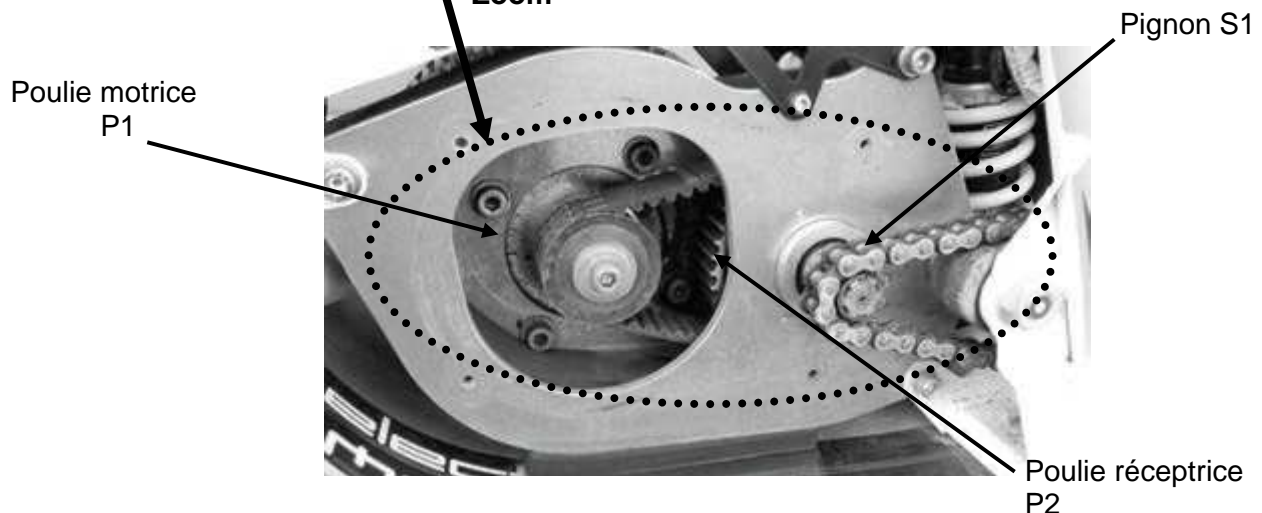
Transmission

La moto est équipée de 2 transmissions en série, la transmission PRIMAIRE par courroie crantée, et la transmission SECONDAIRE par chaîne.



Couronne arrière S2

Zoom



Poulie motrice P1

Pignon S1

Poulie réceptrice P2

Caractéristiques de la transmission

Courroie primaire :	$Z_{P1} = 20$ dents	$Z_{P2} = 44$ dents
Chaîne secondaire :	$Z_{S1} = 9$ dents	$Z_{S2} = 57$ dents

2- Vérification de la vitesse de la moto

Problématique : bien que la moto soit un modèle trial, une vitesse minimale de 25 km/h doit être atteinte pour un minimum de confort lors des courts déplacements. Nous allons vérifier cette performance.

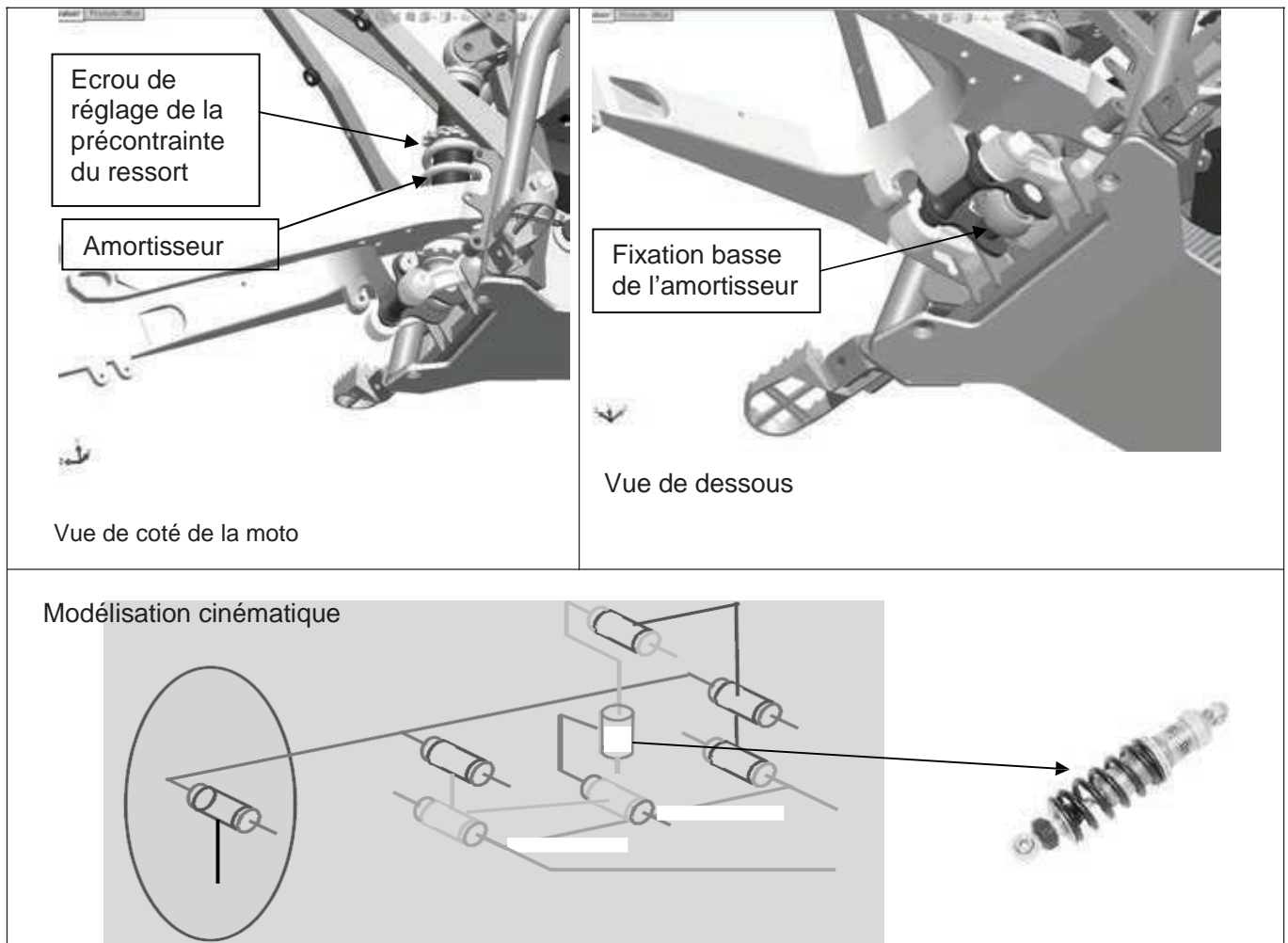
Le rayon de la roue arrière est $R_1 = 345$ mm (pneu compris).

La fréquence de rotation maxi du moteur vaut : $N_{\max} = 4\,200$ tr/min

Q1- Déterminer la vitesse de la moto en m/s puis en km/h, conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles

-3- Vérification des performances de la transmission

Problématique : justifier le choix par le constructeur de l'amortisseur arrière et de son réglage.

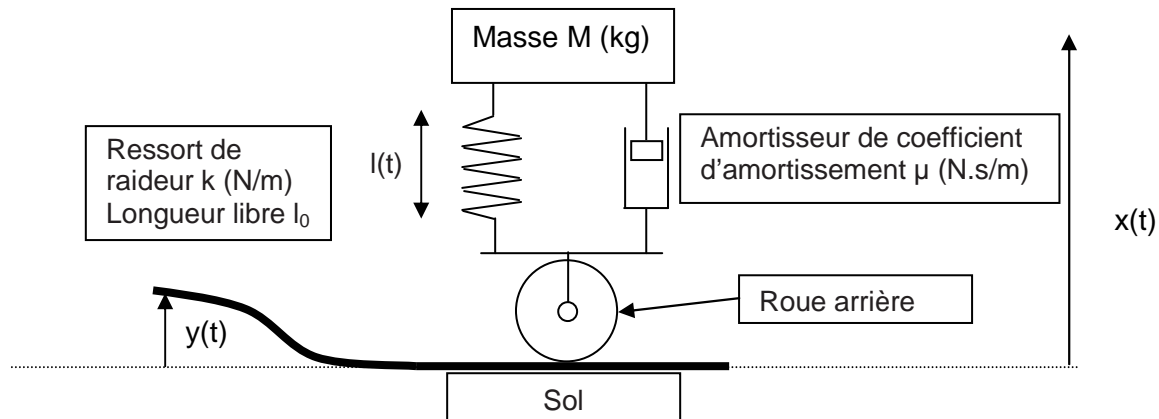
**Modélisation**

Dans une première approche nous allons modéliser la suspension par un système masse ressort amorti.

On note $x(t)$ l'altitude du centre de gravité par rapport à une référence fixe

$y(t)$ est le relief de la route

$l(t)$ est la longueur du ressort



Q2- Appliquer le PFS à la masse en supposant l'ensemble à l'arrêt (équilibre statique, $y(t) = 0$). En déduire une relation scalaire reliant le poids de la moto et la déformation du ressort.

Appliquer ensuite le PFD à la masse ($y(t) \neq 0$) et en utilisant la relation précédente, montrer que l'on a la relation suivante :

$$M \cdot \ddot{x} = -k \cdot (x(t) - y(t)) - \mu \cdot (\dot{x}(t) - \dot{y}(t))$$

On notera $F(p)$ la transformée dans le domaine de Laplace de la fonction temporelle $f(t)$.

Q3- Exprimer la fonction de transfert de l'amortisseur $H(p) = \frac{X(p)}{Y(p)}$ sous forme canonique.

Pour la suite on négligera le terme en p au numérateur de la fonction de transfert.

Q4- Déterminer la pulsation propre du système ω_0 , le gain K_a et le facteur d'amortissement z en fonction de M , k et μ .

Lors de l'étude de l'équilibre de la moto, la masse de l'ensemble est répartie équitablement entre la roue avant et la roue arrière. On donne la masse $M = 70$ kg de l'ensemble comprenant la moitié de la masse moto + pilote, et la raideur du ressort est : $k = 70\,000$ N/m.

Q5- Choisir le coefficient d'amortissement μ pour avoir un temps de réponse à 5% minimal.

Réponse de la suspension à un obstacle

La moto rencontre un obstacle modélisé par un échelon y_0 de 50 mm du profil de la route. On cherche à en tracer la réponse (position $x(t)$).

Données numériques :

$$M = 70 \text{ kg}, \quad k = 70000 \text{ N/m} \text{ et } \mu = 3000 \text{ N.s/m}$$

Q6- Tracer l'allure de la réponse temporelle de $x(t)$ en faisant apparaître les valeurs numériques sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

(utiliser éventuellement les diagrammes fournis en annexe)

4. Limite au basculement de la moto

Problématique : montrer l'intérêt d'un centre de gravité bas.

Soit G le centre de gravité de l'ensemble $\Sigma = \{\text{moto} + \text{pilote}\}$.

Soit M la masse de l'ensemble Σ .

$$\text{On donne } \overrightarrow{A_1 A_2} = L \cdot \overrightarrow{x_m} \quad \overrightarrow{A_1 G} = c \cdot \overrightarrow{x_m} + d \cdot \overrightarrow{y_m} \quad \overrightarrow{O A_1} = a \cdot \overrightarrow{x_m}$$

Soit l'angle $\alpha = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_m} \right) = \left(\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_m} \right)$ l'inclinaison du sol sur lequel la moto est posée par rapport à l'horizontale.

Hypothèses :

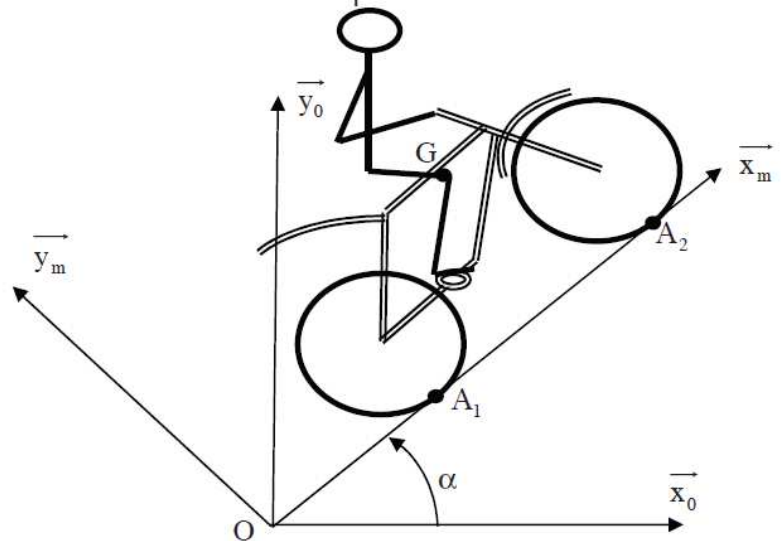
On suppose qu'il y aura basculement avant glissement de la roue arrière. Le contact des roues avec le sol s'effectue avec adhérence. Le facteur de frottement est $f = \tan \varphi$.

Les actions du sol sur les roues sont donc modélisées par le torseur suivant :

$$\{F_{Sol \rightarrow \Sigma}\}_{Ai} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{Sol \rightarrow \Sigma} = T_i \cdot \vec{x}_m + N_i \cdot \vec{y}_m \\ \vec{M}_{Ai, Sol \rightarrow \Sigma} = \vec{0} \end{array} \right.$$

On traitera le problème en résolution plane

On suppose la moto freinée et à l'arrêt donc l'étude est une étude statique.



Q7- Réaliser le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées à Σ sous forme de torseurs.

Q8- Ecrire les 3 équations scalaires issues de l'application du PFS à Σ dans la base

$B_m = (\vec{x}_m, \vec{y}_m, \vec{z}_m)$. On exprimera les moments des forces en A_1 .

Q9- Déterminer à la limite du basculement (rupture du contact en A_2), une relation entre $\tan \alpha$ et les paramètres géométriques (c, d, \dots)

Q10- Calculer dans ce cas le produit scalaire: $\vec{A}_1 G \cdot \vec{x}_0$ et conclure.

Q11- Quelle est la valeur minimale de φ dans cette situation pour assurer l'adhérence ? Dans le cas d'une moto de trial, le centre de gravité est très bas.

Q12- Expliquer l'intérêt d'abaisser le centre de gravité par rapport à un franchissement où l'inclinaison α est grande.

Vérification du couple transmissible par le moteur

Problématique : nous cherchons à évaluer si le couple moteur est suffisant pour mettre la moto en mouvement sur la roue arrière (wheeling) sans effort du pilote lors d'une approche d'obstacle. (voir figure page suivante)

La moto est modélisée par 3 solides, la roue arrière S_1 , la roue avant S_2 et l'ensemble cadre-moteur-pilote S_3 .

Les roues sont en liaison avec le cadre par des liaisons pivot parfaites.

On suppose le problème plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ 0 dans le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, \vec{x}_0 étant horizontal.

Roue arrière S_1 : masse m_1 , de rayon R et de centre de masse G_1 et de moment d'inertie J_1

Roue avant S_2 : masse m_2 , de rayon R et de centre de masse G_2 et de moment d'inertie J_2

Ensemble S_3 : masse m_3 , centre de masse G_3

On repère la position de la moto par le paramètre $x(t)$ correspondant à l'abscisse de G_3 .

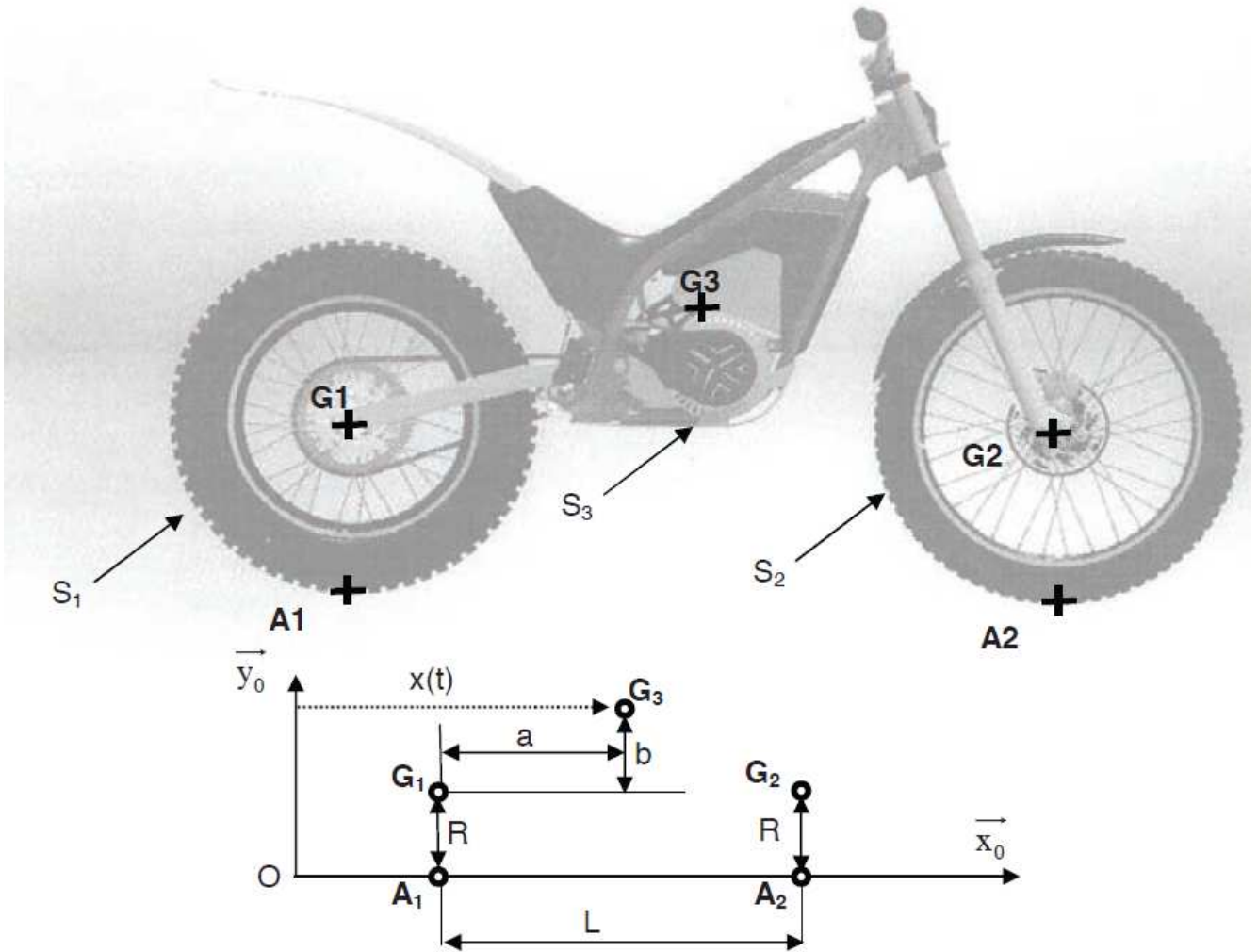
On désigne par θ_i l'angle de rotation de la roue i par rapport au repère R_3 lié à S_3 .

Le moteur Me exerce sur la roue arrière par la transmission complète, un couple C_{m1} pouvant être modélisé par le torseur suivant :

$$\{F_{Me \rightarrow S1}\}_{G1} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{Me \rightarrow S1} = \vec{0} \\ \vec{M}_{G1, Me \rightarrow S1} = -C_{m1} \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right.$$

Le contact roue i /sol se fait par des liaisons ponctuelles avec frottements aux points A_i . Les actions du sol sur les roues sont modélisées par le torseur suivant :

$$\{F_{Sol \rightarrow Si}\}_{Ai} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{Sol \rightarrow Si} = T_i \cdot \vec{x}_0 + N_i \cdot \vec{y}_0 \\ \vec{M}_{Ai, Sol \rightarrow Si} = \vec{0} \end{array} \right\}$$



Hypothèses :

- On suppose dans un premier temps que les deux roues sont en contact avec le sol et que ce contact roue/sol aux points A_1 et A_2 se fait sans glissement.
- La moto est en mouvement de translation rectiligne.

Q13- Déterminer l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_{A1 \in S1/S3}$.

Q14- Déterminer l'expression littérale de la vitesse $\vec{V}_{A1 \in S3/R0}$ en fonction de $\dot{x}(t)$

Q15- En exprimant le roulement sans glissement au point A_1 , en déduire une relation entre $\dot{x}(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ puis entre $\ddot{x}(t)$ et $\ddot{\theta}(t)$

Q16- Déterminer les expressions littérales des accélérations $\vec{\Gamma}_{(G1 \in S1/R0)}$, $\vec{\Gamma}_{(G2 \in S2/R0)}$ et $\vec{\Gamma}_{(G3 \in S3/R0)}$

Q17- Déterminer l'expression littérale du moment dynamique $\vec{\delta}_{G1(S1/R0)}$.

Q18- En déduire l'expression littérale du moment dynamique $\vec{\delta}_{G3(S1/R0)}$.

Q19- Déterminer l'expression littérale du moment dynamique $\vec{\delta}_{G2(S2/R0)}$ puis en déduire le moment dynamique $\vec{\delta}_{G3(S2/R0)}$.

Q20- Après avoir déterminé le moment dynamique $\overrightarrow{\delta_{G3(S3/R0)}}$, en déduire l'expression du torseur dynamique de l'ensemble $\Sigma = \{S_1, S_2, S_3\}$ par rapport au repère R_0 .

Q21- Etablir le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées au système Σ isolé, sous forme de torseur.

Q22- En déduire les 3 équations issues du principe fondamental de la dynamique

Notre recherche se base sur une situation de début de wheeling (moto en appui uniquement sur la roue arrière)

Hypothèses :

- on suppose que l'angle que fait la moto avec le sol pendant le début de wheeling est constant et très petit ;

- on suppose que l'inertie de la roue arrière vaut $J_1 = m_1 \cdot R^2$;

- on prendra $a = L/2$, $b = L/4$

- on suppose que la roue 2 ne tourne plus soit $\dot{\theta}_2 = 0$

Indépendamment des résultats obtenus question 22, on suppose que les équations issues du PFD sont :

$$(m_1 + m_2 + m_3) \cdot \ddot{x} = T_1 + T_2$$

$$N_1 + N_2 - (m_1 + m_2 + m_3) \cdot g = 0$$

$$J_1 \cdot \ddot{\theta}_1 + J_2 \cdot \ddot{\theta}_2 + b \cdot (m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} = g \cdot [a \cdot m_1 + (a - L) \cdot m_2] + (b + R) \cdot (T_1 + T_2) - a \cdot N_1 + (L - a) \cdot N_2$$

Q23- Simplifier les trois équations à l'instant où la moto commence le wheeling.

Q24- Ecrire la condition de roulement sans glissement au point A_1 .

En déduire la relation sur $\ddot{\theta}_1$ et \ddot{x}

On donne les valeurs numériques suivantes :

$$m_1 = 9 \text{ kg}, \quad m_2 = 7 \text{ kg}, \quad m_3 = 56 \text{ kg}, \quad R = R_1 = R_2 = 0,34 \text{ m}, \quad a = L/2, \quad b = L/4, \quad L = 1300 \text{ mm}$$

Q25- Déterminer l'accélération de la moto \ddot{x} dans ce cas en fonction de R , m_1 , m_2 , m_3 , g , et L . Donner ensuite le résultat de l'application numérique.

On donne le facteur d'adhérence roue/sol : f .

Q26- Déterminer f_{\min} en fonction de $\ddot{x}(t)$ pour assurer le non glissement de la roue arrière par rapport au sol en A_1 .

Détermination du couple moteur nécessaire : on prendra $\ddot{x} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ pour la suite.

Q27- Après avoir isolé S_1 , déterminer l'équation de moment dynamique en projection sur l'axe z en G_1 .

Q28- En déduire l'expression du couple C_{m1} (couple exercé sur la roue arrière) littéralement en fonction de $\ddot{x}(t)$

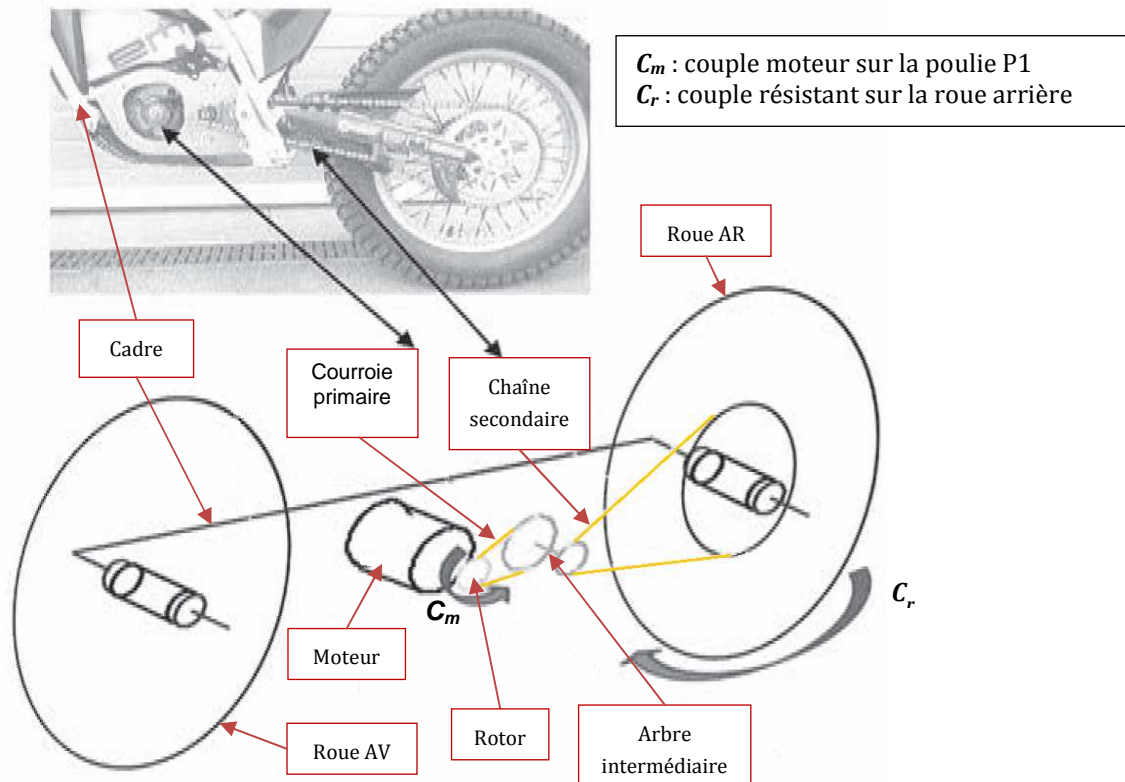
Faire l'application numérique.

Q29- A partir des caractéristiques de la transmission, déterminer le couple moteur C_m correspondant et en déduire si le pilote doit exercer une action sur le guidon pour réaliser un wheeling ou non.

Influence de la pente sur la vitesse maxi de la moto

Problématique : Modélisation du système de motorisation et influence de la pente sur l'accélération et la vitesse maxi

Composant	Données		
Moto + Utilisateur	$M_{mu} = 170\text{kg}$		
Roue AV	Inertie : $J_1 = 0,8 \text{ kg.m}^2$	Diamètre : 690 mm	
Roue AR	Inertie : $J_2 = 1 \text{ kg.m}^2$	Diamètre : 690 mm	
Rotor	Inertie : $J_r = 0,006 \text{ kg.m}^2$	Diamètre : 155 mm	
Arbre intermédiaire	Inertie : $J_{int} = 0,0017 \text{ kg.m}^2$		
Courroie primaire	$Z_{p1} = 20$	$Z_{p2} = 44$	Rapport de transmission : $K_1 = 0,45$
Chaîne secondaire	$Z_{s1} = 9$	$Z_{s2} = 57$	Rapport de transmission : $K_2 = 0,16$
Moteur synchrone assimilable à un MCC	$R_m = 0,15 \text{ Ohm}$ $L_m = 60 \text{ mH}$ $K_e = 0,12 \text{ V/rad/s}$ $K_m = 0,12 \text{ N.m/A}$ $K = K_e = K_m$	Intensité maxi: 100 A en régime permanent 220 A en pic	
Batterie	$I_{max} = 220 \text{ A}$ $U = 48 \text{ V}$		



Le pilote demande une consigne de tension U_c au moteur à l'aide de la poignée d'accélérateur (comprise entre 0 et 48V). Le moteur va donc créer sur la poulie P1 un couple C_m . On souhaite connaître la vitesse à laquelle peut aller la moto en fonction de la pente. On aura donc une consigne $u_c(t)$ en Volts et une réponse $\omega_m(t)$ en rad/s.

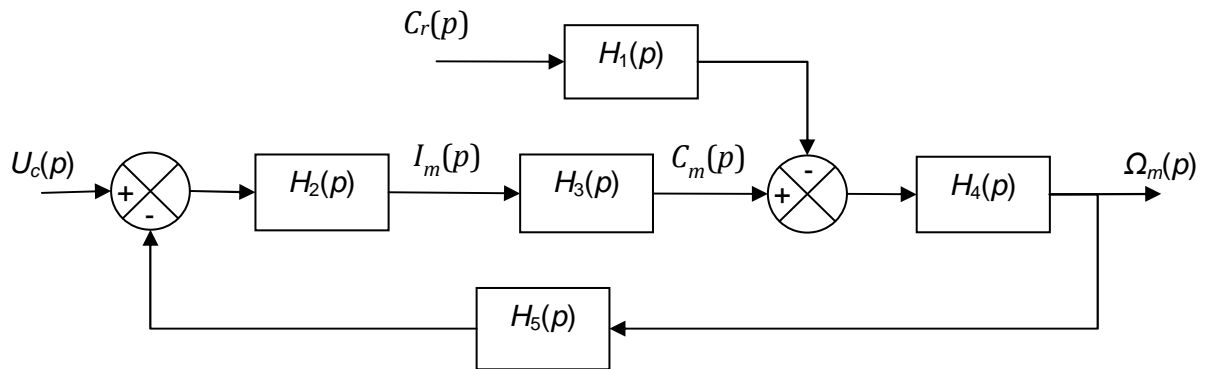
On se placera dans différents cas :

- Sur le plat : $C_r = 0 \text{ N.m}$
- Sur une faible pente (20%) : $C_r = 110 \text{ N.m}$
- Sur une faible pente (40%) : $C_r = 210 \text{ N.m}$

Hypothèses :

- On suppose que les roues de la moto restent en contact avec le sol, sans glisser.
- On appelle l'ensemble $\Sigma = \{\text{Moto} + \text{Pilote} + \text{roueAV} + \text{roueAR} + \text{Arbre intermédiaire} + \text{Rotor}\}$

Le schéma bloc suivant modélise la commande en vitesse du moteur :



Q30- Après avoir calculé l'énergie cinétique de l'ensemble Σ , calculer le moment d'inertie équivalent de Σ ramené sur l'arbre moteur J_{eq} .

Q31- Calculer les puissances extérieures et intérieures à Σ en fonction de la vitesse de rotation du moteur ω_m et des rapports de transmission.

Q32- A partir du théorème de l'énergie cinétique appliqué à Σ , établir la relation entre C_m , C_r , J_{eq} , K_1 , K_2 et $\dot{\omega}_m$.

Q33- En déduire les fonctions de transfert $H_4(p)$ et $H_1(p)$ littéralement.

Pour la suite du sujet, on prendra $J_{eq} = 0,1 \text{ kg.m}^2$.

On assimile ce moteur brushless à un moteur à courant continu. Les équations du comportement du moteur sont donc :

$$U_m(t) = R_m \cdot i_m(t) + L_m \cdot \frac{di_m(t)}{dt} + e(t) \quad e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \quad C_m(t) = K_m \cdot i(t)$$

Q34- En déduire les fonctions de transfert : $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_5(p)$.

Q35- Montrer que l'on peut écrire $\Omega_m(p)$ sous la forme : $\Omega_m(p) = H_U(p) \cdot U_c(p) - H_C(p) \cdot C_r(p)$. Pour cela, expliciter $H_C(p)$ et $H_U(p)$ en fonction des $H_1(p)$, $H_2(p)$, ... $H_5(p)$.

Q36- Dans le cas où $C_r(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert du moteur en Boucle Fermée

$$H_u(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)} \text{ sous la forme : } H_u(p) = \frac{K_v}{1 + \frac{2 \cdot z}{\omega_0} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Q37- Calculer les valeurs littérales de K_v , z et ω_0 , puis faire l'application numérique.

Pour la suite on prendra des valeurs constructeur suivantes : $z = 0,8$ et $\omega_0 = 1,55 \text{ rad/s}$

Q38- Quel est l'ordre de ce système ? Calculer le temps de réponse à 5% et la valeur du premier dépassement de ce système à l'aide des abaques fournis en Annexe. Conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles.

On rappelle la relation de la pseudo-période T d'une réponse indicielle d'un système de 2nd ordre :

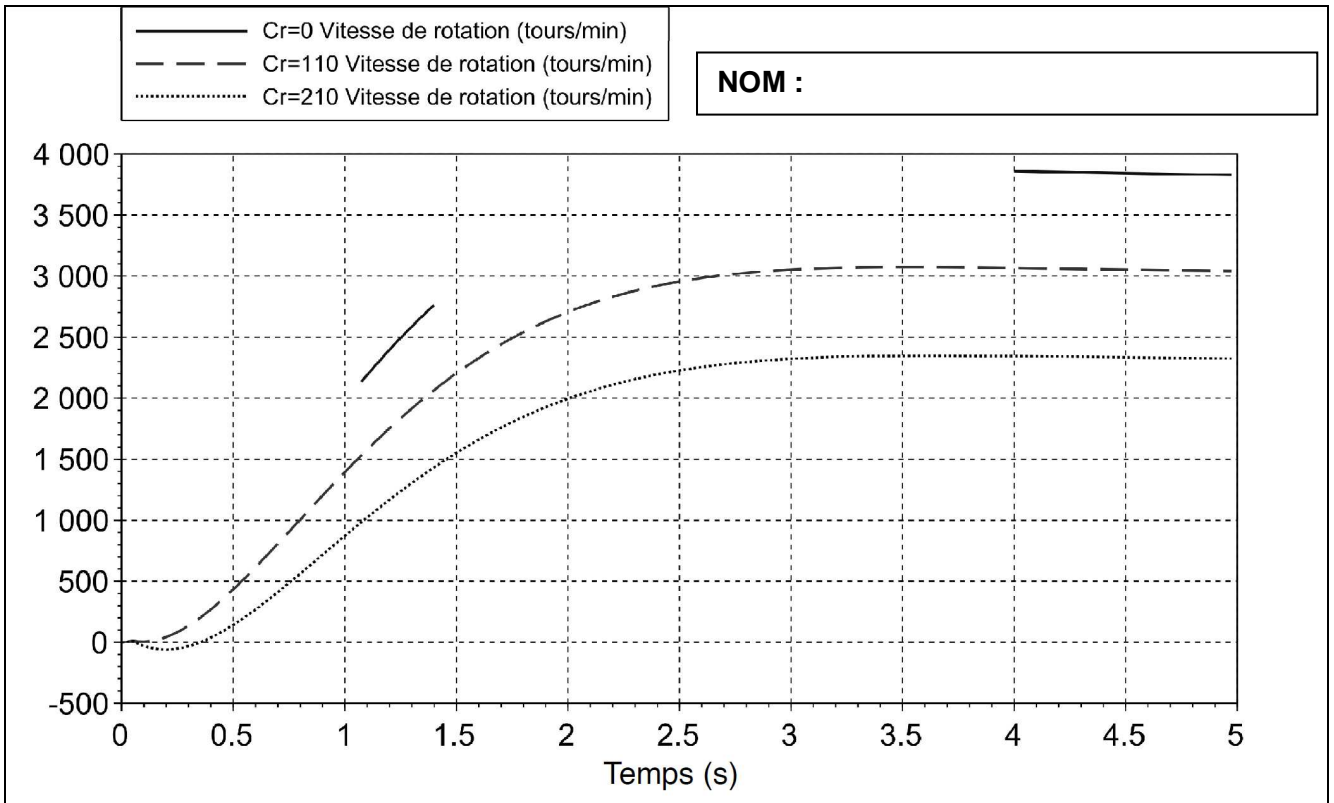
$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1 - z^2}}$$

Q39- Compléter sur le document réponse 2 la courbe de réponse en vitesse pour un $C_r = 0 \text{ Nm}$ en indiquant sur la courbe les tangentes, le temps du 1^{er} dépassement, le premier dépassement, et le temps de réponse à 5% : $t_{5\%}$.

On a sur la courbe du document réponse 2, la réponse à un échelon de commande (accélérateur à fond) de la moto qui roule à plat et pour 2 pentes différentes (20% et 40%).

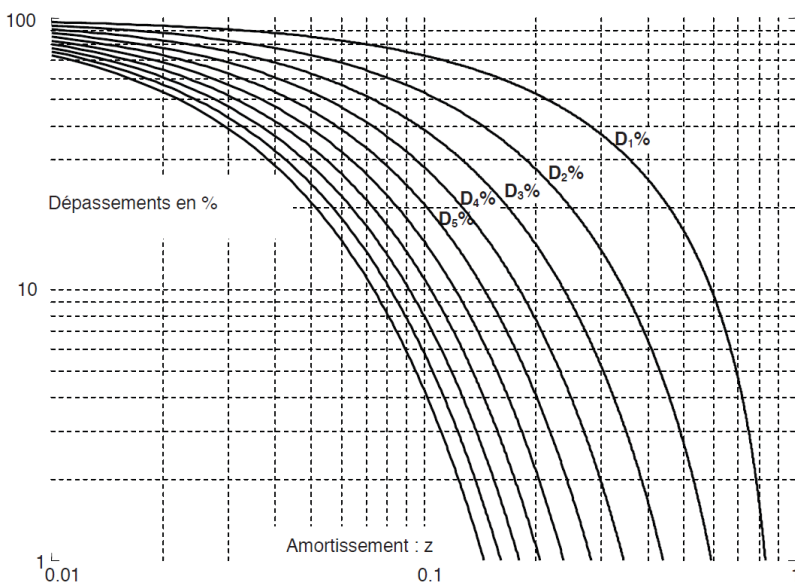
Q40- Le temps d'accélération est-il changé ? Sur quelle valeur influence ce changement de pente ? Conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles.

document réponse 2



ANNEXES

Dépassements relatifs d'un second ordre pseudo-périodique : $D_k\%$



Temps de réponse réduit : $T_{R5\%} \cdot \omega_0$

