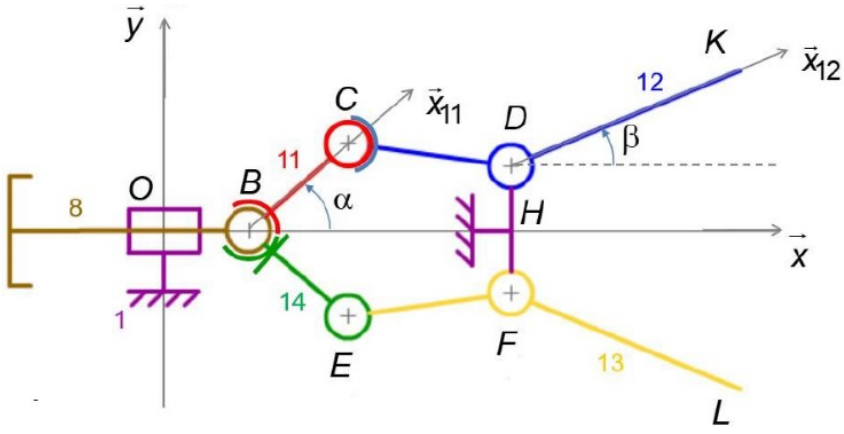
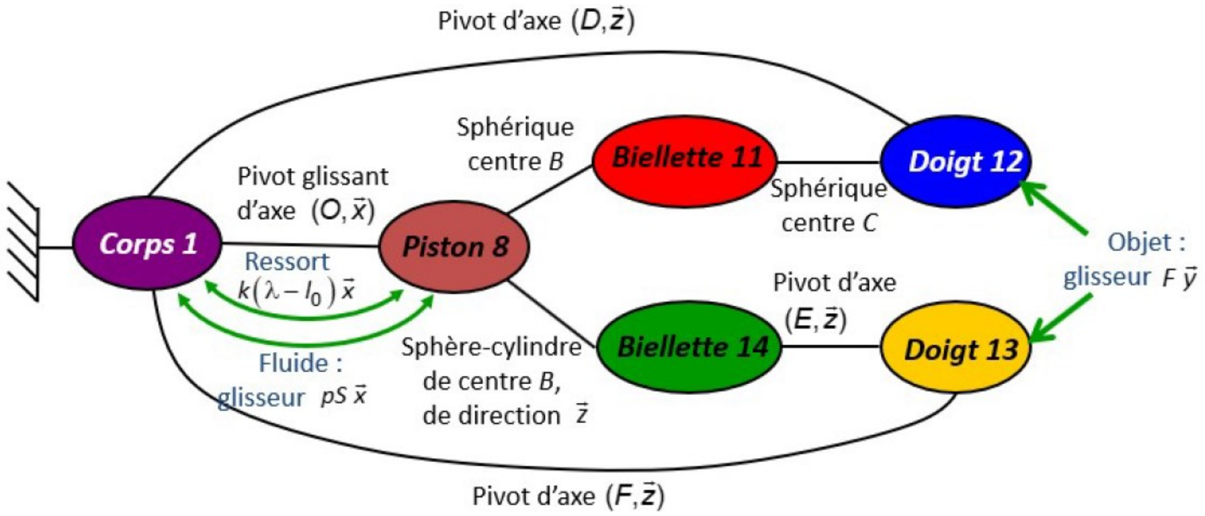
Ex 1 : Pince pneumatique



Question 1. Sur le document réponse 1, repasser en couleur les différents solides du schéma cinématique.

Question 2. Sur le graphe de liaisons du document réponse 2, faire apparaître les actions mécaniques (autre que les actions de liaisons) pour en faire un graphe d'analyse.



Question 3. Ecrire les torseurs représentant les actions mécaniques du ressort et du fluide mis sous pression sur le piston 8.

$$\left\{T_{1\xrightarrow{ressort}8}\right\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{cases} k.\Delta L\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{cases}} \qquad \left\{T_{1\xrightarrow{fluide}8}\right\} = \underset{\forall P\in(O,\vec{x})}{\begin{cases} p.S\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{cases}}$$

Question 4. Uniquement pour la partie supérieure de la pince (comme précisé dans l'énoncé), identifier le solide soumit à deux torseurs glisseurs. Donner l'expression simplifiée de ces deux torseurs.

La biellette 11 est soumise à deux torseurs glisseurs, on a alors :

$$\{T_{12\to 11}\} = -\{T_{8\to 11}\} = \underset{\forall P\in(B,\vec{x}_{11})}{\begin{cases} X_{12\to 11}\,\vec{x}_{11} \\ \vec{0} \end{cases}}$$

Ce qui revient aussi à avoir $X_{12\to 11} = -X_{8\to 11}$

Question 5. A l'aide d'un isolement et d'une des équations du principe fondamentale de la statique, donner une relation entre F et $X_{12\to 11}$.

On isole le doigt 12, ce doigt est soumis à 3 actions mécaniques :

$$\{T_{objet\to 12}\} = \begin{Bmatrix} F\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K \qquad \{T_{11\to 12}\} = \begin{Bmatrix} -X_{12\to 11}\,\vec{x}_{11} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C \qquad \{T_{1\to 12}\} = \begin{Bmatrix} X_{1\to 12}\,\vec{x} + Y_{1\to 12}\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

Pour obtenir une relation entre F et $X_{12\to 11}$, on déplace les torseurs au point D :

$$\vec{M}_{D,\ objet\to 12} = \vec{M}_{K,\ objet\to 12} + \overrightarrow{KD} \wedge F\,\vec{y} = \vec{0} - d.\vec{x}_{12} \wedge F\,\vec{y}$$
$$= -d(\cos\beta\ \vec{x} + \sin\beta\,\vec{y}) \wedge F\,\vec{y} = -d.F.\cos\beta\ \vec{z}$$

$$\vec{M}_{D,\ 11\to 12} = \vec{M}_{C,\ 11\to 12} + \overrightarrow{DC} \wedge -X_{12\to 11}\,\vec{x}_{11} = \vec{0} + (b.\overrightarrow{x_{12}} + c.\overrightarrow{y_{12}}) \wedge -X_{12\to 11}\,\vec{x}_{11}$$
$$= (b.\overrightarrow{x_{12}} + c.\overrightarrow{y_{12}}) \wedge -X_{12\to 11}(\cos(\alpha-\beta)\,\overrightarrow{x_{12}} + \sin(\alpha-\beta)\overrightarrow{y_{12}})$$
$$= -b.X_{12\to 11}.\sin(\alpha-\beta)\overrightarrow{z_{12}} + c.X_{12\to 11}.\cos(\alpha-\beta)\overrightarrow{z_{12}}$$
$$= X_{12\to 11}(c\cos(\alpha-\beta) - b.\sin(\alpha-\beta))\vec{z}$$

PFS en moment au point D suivant $\vec{z}$:

$$X_{12\to 11} = \frac{d.F.\cos\beta}{c\cos(\alpha-\beta) - b.\sin(\alpha-\beta)}$$

Question 6. A l'aide d'un isolement et d'une des équations du principe fondamentale de la statique, donner une relation entre $p, k, \Delta L$ et $X_{8\to 11}$(on rappelle que $\vec{R}_{14\to 8}$ est symétrique à $\vec{R}_{11\to 8}$ par rapport au plan $(O,\vec{x},\vec{z})$).

On isole le piston 8, le piston est soumis à 5 actions mécaniques :

$$\{T_{ressort\ 1\to 8}\} = \begin{Bmatrix} k.\Delta L\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \qquad \{T_{fluide\ 1\to 8}\} = \begin{Bmatrix} p.S\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \qquad \{T_{1\to 8}\} = \begin{Bmatrix} Y_{1\to 8}\,\vec{y} \\ N_{P,\ 1\to 8}\vec{z} \end{Bmatrix}_B$$

$$\{T_{11\to 8}\} = \begin{Bmatrix} -X_{8\to 11}\,\vec{x}_{11} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B \qquad \{T_{14\to 8}\} = \begin{Bmatrix} -X_{8\to 11}\,\vec{x}_{14} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

PFS en résultante suivant $\vec{x}$:

$$k.\Delta L + p.S - X_{8\to 11}\cos(\alpha) - X_{8\to 11}\cos(-\alpha) = 0 \Leftrightarrow k.\Delta L + p.S = 2\,X_{8\to 11}\cos(\alpha)$$
$$\Leftrightarrow X_{8\to 11} = \frac{k.\Delta L + p.S}{2\cos(\alpha)}$$

Question 7. A partir des questions précédentes, donner une expression de F en fonction de p, k et ΔL.

Sachant que $X_{12\to11} = -X_{8\to11}$, on a :

$$\frac{d.F.\cos\beta}{c\cos(\alpha-\beta) - b.\sin(\alpha-\beta)} = -\frac{k.\Delta L + p.S}{2\cos(\alpha)}$$
$$\Leftrightarrow F = \frac{-(k.\Delta L + p.S)(c\cos(\alpha-\beta) - b.\sin(\alpha-\beta))}{2d.\cos\beta.\cos(\alpha)}$$

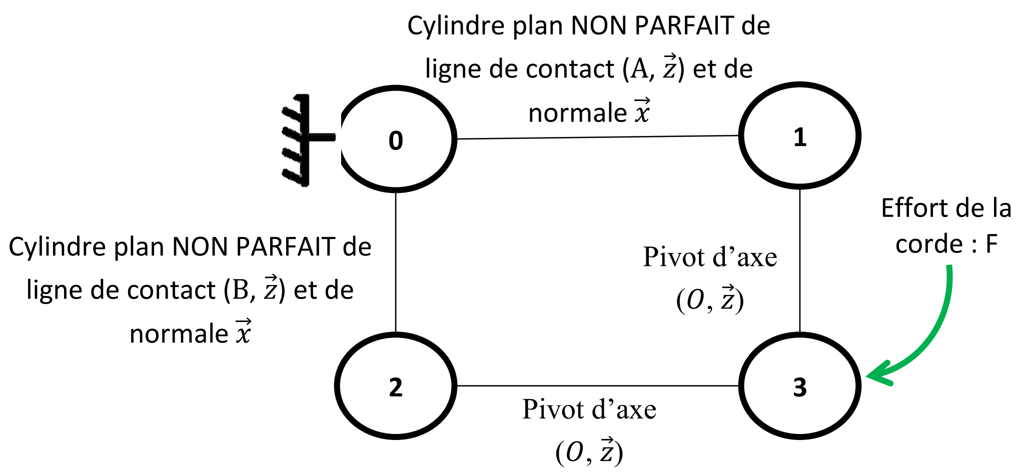
Question 8. Vérifier l'exigence du cahier des charges avec $\alpha = 48°$, $\beta = 10°$ et $\lambda = 35$ mm.

$$S = \frac{\pi\Phi^2}{4} \Rightarrow F = 69\ N$$

Le cahier des charges est respecté car : $0{,}9 * 70 < F = 69N < 1{,}1 * 70$

Ex 2 : Coinceur mécanique à cames d'escalade

Question 1. Réaliser le graphe d'analyse



Question 2. Définir les torseurs des actions mécaniques de (0) sur (1) et (2).

$$\{T_{0\to1}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

avec $|Y_{01}| \leq f|X_{01}|$, la tendance au glissement de 1/0 est suivant -$\vec{y}$ donc $Y_{01} > 0$

$$\{T_{0\to2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{02}.\vec{x} + Y_{02}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

avec $|Y_{02}| \leq f|X_{02}|$, la tendance au glissement de 2/0 est suivant -$\vec{y}$ donc $Y_{02} > 0$

Question 3. En isolant l'ensemble {1+2+3}, déterminer 3 relations avec les actions mécaniques de (0) sur (1) et (2).

On isole E={1+2+3}, l'ensemble est soumis à 3 actions mécaniques :

- liaison cylindre plan non parfaite en A : $\{T_{0\to1}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

- liaison cylindre plan non parfaite en B : $\{T_{0\to2}\} = {}_B\begin{Bmatrix} X_{02}.\vec{x} + Y_{02}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

- effort de la corde : $\{T_{Corde\to3}\} = {}_O\begin{Bmatrix} -F\,.\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

On souhaite appliquer le PFS en résultante suivant $\vec{x}$ et $\vec{y}$:

$$\begin{cases} X_{01} + X_{02} = 0 & (1) \\ Y_{01} + Y_{02} = F & (2) \end{cases}$$

On souhaite appliquer le PFS en moment, au point A, suivant $\vec{z}$. Pour cela, déplaçons les torseurs :

$$\begin{aligned} \vec{M}_{A,\ 0\to2} &= \vec{M}_{B,\ 0\to2} + \overrightarrow{AB} \wedge (X_{02}.\vec{x} + Y_{02}.\vec{y}) \\ &= \vec{0} + 2R.\vec{x} \wedge (X_{02}.\vec{x} + Y_{02}.\vec{y}) \\ &= 2R.Y_{02}.\vec{z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{A,\ Corde\to3} &= \vec{M}_{O,\ Corde\to3} + \overrightarrow{AO} \wedge -F\,.\vec{y} \\ &= \vec{0} + (R.\vec{x} + e.\vec{y}) \wedge -F\,.\vec{y} \\ &= -R.F\,\vec{z} \end{aligned}$$

On applique le PFS en moment au point A suivant $\vec{z_1}$:

$$2R.Y_{02} - R.F = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_{02} = \frac{F}{2} \qquad (3)$$

Question 4. En isolant la pièce (1), sans utiliser le principe de la pièce soumise à deux torseurs glisseurs, déterminer une relation X_{01} à Y_{01}.

On isole (1), la pièce est soumise à 2 actions mécaniques :

- liaison cylindre plan non parfaite en A : $\{T_{0\to1}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right._A$

- liaison pivot : $\{T_{3\to1}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{31}.\vec{x} + Y_{31}.\vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right._0$

On souhaite appliquer le PFS en moment, au point O, suivant $\vec{z}$. Pour cela, déplaçons un torseur :

$$\vec{M}_{O,\ 0\to1} = \vec{M}_{A,\ 0\to1} + \overrightarrow{OA} \wedge (X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y})$$

$$= \vec{0} - (R.\vec{x} + e.\vec{y}) \wedge (X_{01}.\vec{x} + Y_{01}.\vec{y})$$

$$= (-R.Y_{01} + e.X_{01})\vec{z}$$

On applique le PFS en moment au point O suivant $\overrightarrow{z_1}$:

$$-R.Y_{01} + e.X_{01} = 0$$

$$\Leftrightarrow X_{01} = \frac{R}{e} Y_{01} \qquad (4)$$

Question 5. A partir des équations des questions précédentes, faire l'application numérique des actions mécaniques de (0) sur (1) et (2).

Avec les équations (1),(2),(3) et (4), on obtient :

$$\left\{ \begin{aligned} Y_{01} &= \frac{F}{2} = 5\ kN \\ Y_{02} &= \frac{F}{2} = 5\ kN \\ X_{01} &= \frac{R.F}{2e} = 17{,}3\ kN \\ X_{01} &= -\frac{R.F}{2e} = -17{,}3\ kN \end{aligned} \right.$$

Question 6. Déterminer le coefficient de frottement minimal f_{lim} nécessaire pour assurer le bon fonctionnement du coinceur sur une fissure. Faire l'application numérique.

Pour assurer un bon fonctionnement, il faut que $|Y_{02}| \leq f|X_{02}|$, donc :

$$f \geq \left|\frac{Y_{02}}{X_{02}}\right| = \frac{5}{17{,}3} = 0{,}29$$

Le coefficient de frottement minimal f_{lim} doit rester supérieur à 0,29.