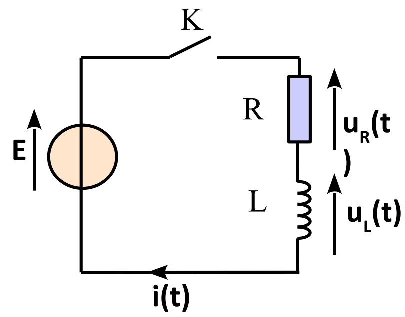
Régime transitoire des circuits linéaires du 1er ordre

2. Etablissement du courant dans un circuit RL ☺☺



1. Ci-contre

2. Valeurs limites de i(∞)

t=∞, la bobine se comporte comme un fil, le régime devient continu donc $u_L=0$ et $i=\frac{E}{R}$

3. Mise en équation

Pour t > 0, on applique la loi des mailles : $u_L+u_R=E$ or $u_R=Ri$ et $u_L=L\frac{di(t)}{dt}$ donc $\boxed{\frac{d\,i(t)}{dt}+\frac{i(t)}{\tau}=\frac{E}{L}}$ avec

$\tau=\frac{L}{R}$ la constante de temps du circuit.

4. **Résolution analytique :** $i(t)=i_h(t)+i_p(t)=A\,e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{R}$.

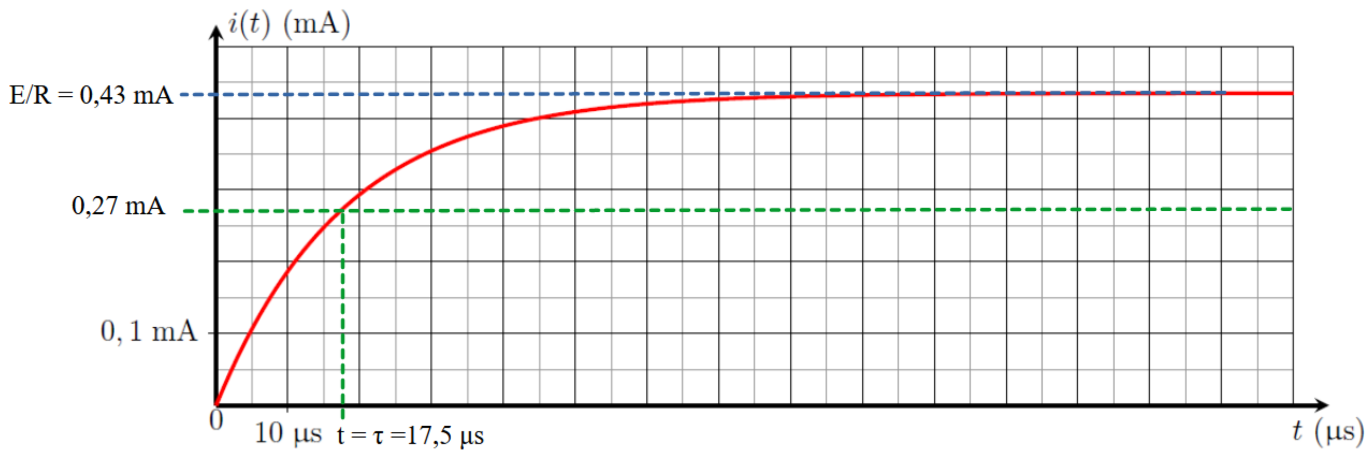
A t=0+ $i(0^+)=i(0^-)=0$ par continuité de l'intensité dans la bobine. On en déduit que A = -E /R. d'où la solution :

$\boxed{i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}$.

5. $i(t_m)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{t_m}{\tau}})=0{,}95\frac{E}{R}$ d'où $1-e^{-\frac{t_m}{\tau}}=0{,}95$ d'où $1-0{,}95=0{,}05=e^{-\frac{t_m}{\tau}}$ d'où

$\ln 0{,}05=-\frac{t_m}{\tau}=\ln(\frac{1}{20})=-\ln 20$ d'où $\boxed{t_m=\tau\ln(20)}$.

6. **Exploitation du graphe :**



Expérimentalement **E/R = 0,43 mA** . Par le calcul E/R = 1/2= 0,5 mA . Le résultat est différent , cela est sans doute du à la modélisation idéale de la bobine et du générateur. La résistance du circuit est plus grande en réalité. La valeur indiquée pour la résistance n'est peut-être pas précise non plus.

Avec les résultats expérimentaux, on trouve : R=E /0,43 = 2,3 kΩ soit 300Ω pour la résistance du générateur et de la bobine ce qui fait un peut bcq...

Pour t = τ , i(τ) = 0,63 i(∞) = 0,27mA. Graphiquement , on trouve : **τ =17,5 µs**. Par le calcul τ = L/R = 39,96/2 .10^{-6} = 19,98.10^{-6} s. La résistance est encore sous-évaluée. Si on prend R = 2,3 kΩ , on trouve τ = L/R = 39,96/2,3 .10^{-6} = 17,37.10^{-6} s. Les résultats concordent.

7. Bilan de puissance

On reprend l'équation différentielle : $L\frac{di(t)}{dt}+Ri(t)=E$. on multiplie cette équation par i(t) :

$L\frac{di(t)}{dt}\times i(t)+Ri^2(t)=E\,i(t)$ d'où $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Li^2(t))+Ri^2(t)=E\,i(t)$.

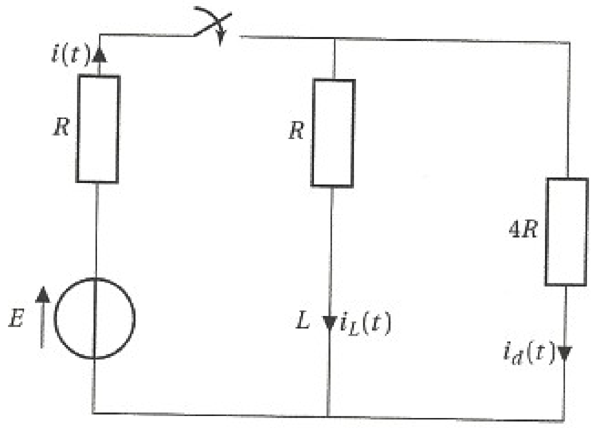
La puissance fournie par générateur est pour partie stockée dans la bobine et pour partie perdue par effet joule.

on retrouve le principe de conservation de l'énergie

3. Lampe témoin ☺☺

1. Par continuité de l'intensité dans la bobine en $t = 0$, on a $i_L(0^+) = 0$. On en déduit $i(0^+) = i_d(0^+)$. Au temps $t = 0$ le générateur se retrouve à débiter sur une résistance de $5R$ et donc $i(0^+) = i_d(0^+) = \dfrac{E}{5R}$.

2. Si le régime permanent est atteint, la bobine se comporte comme un fil. Le circuit équivalent est représenté ci-dessous.



Le courant i dans la branche principale s'obtient en remarquant que le générateur de tension est ici branché sur une résistance équivalente $R_{eq} = (R + (4R//R)) = \dfrac{9R}{5}$. On a donc $i(t \to \infty) = \dfrac{5E}{9R}$. Les valeurs de i_L et i_d s'obtiennent alors aisément en utilisant la formule du pont diviseur de courant :

$$i_d(t \to \infty) = i\frac{R}{R + R_d} = \frac{E}{9R} \qquad \text{et} \qquad i_L(t \to \infty) = \frac{4E}{9R}.$$

3. Juste après l'ouverture $i_L(t_1^+) = i_L(t_1^-) = \dfrac{4E}{9R}$ et donc $i_d(t_1^+) = -i_L(t_1^+) = -\dfrac{4E}{9R}$.

4. On remarque que la lampe s'allume après ouverture du circuit. C'est ici une lampe témoin qui permet de savoir si l'interrupteur vient d'être ouvert ou fermé.