# Électromagnétisme 2 Champ magnétique en régime stationnaire

# Compétences

A	la fin de ce chapitre, je saurai :
	Énoncer les équations de Maxwell-Ampère et Maxwell-Thomson en régime variable et en régime sta-
	tionnaire.
	Exploiter la conservation du flux magnétique et ses conséquences sur les lignes de champ magnétique
	Énoncer et appliquer le théorème d'Ampère.
	Établir l'expression du champ magnétique créé par un fil épais et infini, par un solénoïde infini en
	admettant que le champ extérieur est nul, et par une bobine torique.
	Exprimer les forces de Laplace s'exerçant sur un conducteur filiforme et sur une distribution volumique
	de courant.

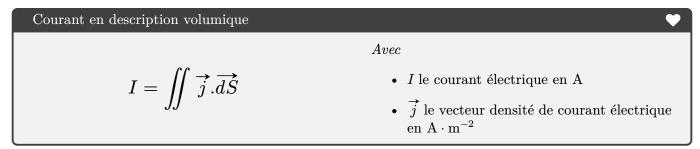
# RÉSUMÉ DU COURS

## 1 Notion de courant électrique

Le courant électrique correspond à un déplacement de porteurs de charge. La répartition des courants peut être modélisée de plusieurs manières.

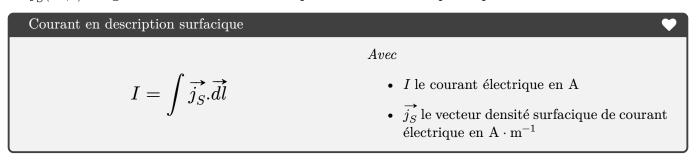
## 1.1 Distribution volumique

 $\overrightarrow{j}(M,t)$  désigne le vecteur densité de courant électrique au point M et à l'instant t.



## 1.2 Distribution surfacique

 $\overrightarrow{j_S}(M,t)$  désigne le vecteur densité surfacique de courant électrique au point M et à l'instant t.



## 1.3 Distribution linéique

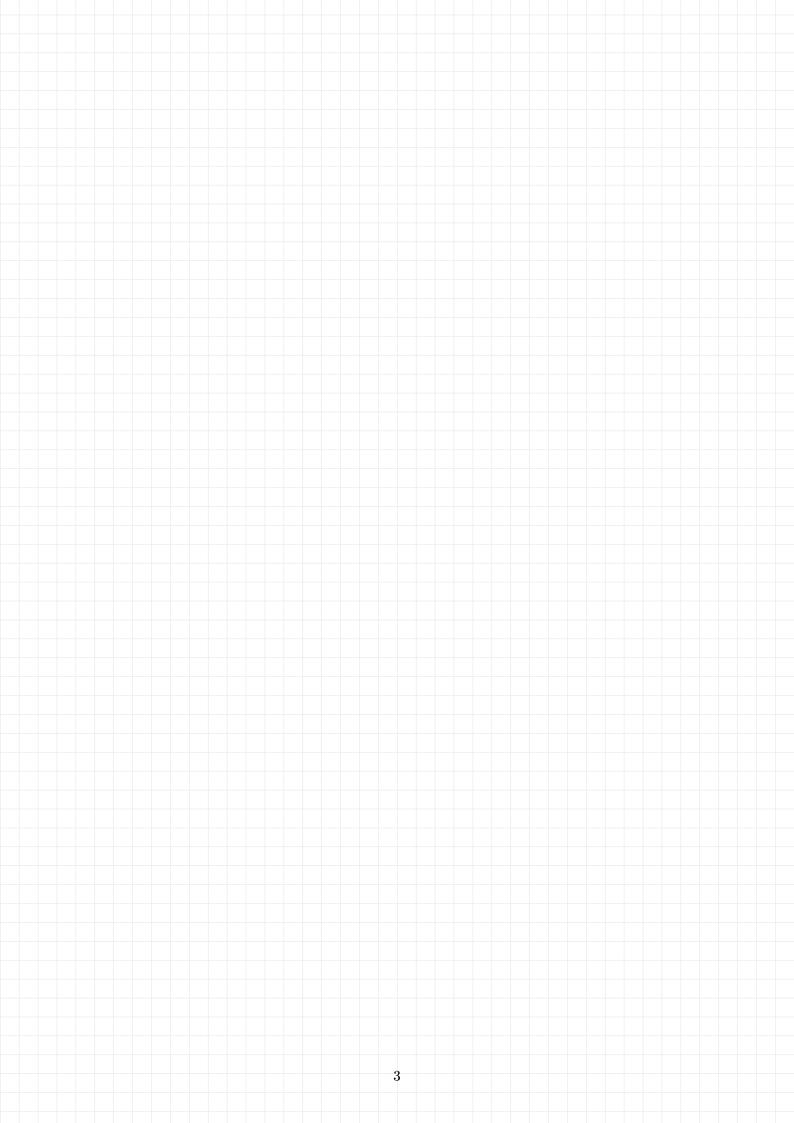
I désigne le courant dans un objet filiforme.

## 2 Propriétés du champ magnétostatique

### 2.1 Équations de Maxwell

Le comportement du champ magnétique est régi par les équations de Maxwell-Thomson et de Maxwell-Ampère.





## Équation de Maxwell-Ampère

•

Avec

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \overrightarrow{B} = \mu_0 \overrightarrow{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}$$

- $\vec{B}$  le champ magnétique (en T)
- $\vec{j}$  le vecteur densité de courant électrique (en A · m<sup>-2</sup>)
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \, \mathrm{H \cdot m^{-1}}$  la perméabilité magnétique du vide
- $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \, \mathrm{F \cdot m^{-1}}$  la permittivité diélectrique du vide

## 2.2 Conservation du flux du champ magnétique

## Conservation du flux de $\vec{B}$



Le champ magnétique est à flux conservatif

Du fait de cette propriété, l'équation de Maxwell-Thomson est parfois appelée équation de Maxwell-flux. Un évasement d'un tube de champ s'accompagne donc de la diminution de la norme du champ magnétique.

## 2.3 Forces causées par un champ magnétique

Le champ magnétique exerce une force sur les particules chargées en mouvement. L'expression de la forcée exercée par le champ magnétique dépend de la description du déplacement des charges.

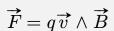
#### 2.3.1 Description ponctuelle

Dans la description ponctuelle, une particule chargée est animée d'une vitesse.

## Force magnétique subie par une particule ponctuelle



Avec



- $\overrightarrow{F}$  la partie magnétique de la force de Lorentz subie par la particule (en N)
- q la charge de la particule (en C)
- $\overrightarrow{B}$  le champ magnétique (en T)

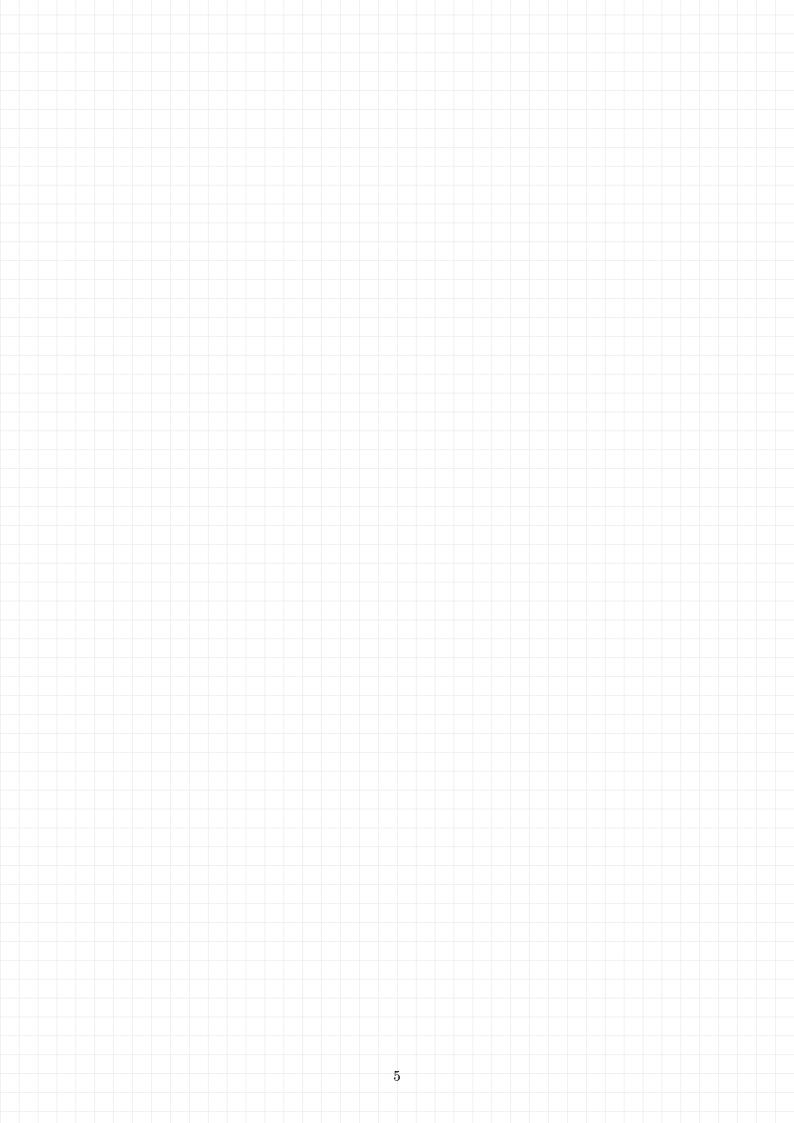
### APPLICATION



Une particule chargée de charge q et de masse m plongée dans un champ manétique uniforme et stationnaire  $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$  a une trajectoire circulaire orthogonale à  $\overrightarrow{B}$ . Exprimer sa vitesse angulaire.

#### 2.3.2 Desctription linéique

Dans la description linéaire, un fil infiniment fin est parcouru par un courant électrique.



## Force de Laplace



Avec

- $\delta \overrightarrow{F} = I \overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}$
- $\delta \vec{F}$  la force magnétique subie par une portion de conducteur (en N)
- I le courant par courant le conducteur (en A)
- $\overrightarrow{dl}$  la longueur de la portion de conducteur orientée dans le même sens que le courant (en m)
- $\vec{B}$  le champ magnétique (en T)

#### APPLICATION



Dans les rail de Laplace, une barre traversée par un courant de 5 A roule sur des rails distants de 10 cm en présence d'un champ magnétique vertical de  $3 \times 10^{-2}$  T. Calculer la norme de la force magnétique subie par la barre.

## 2.3.3 Description volumique

Dans la description volumique, le vecteur densité volumique de courant est présent.

## Force de Laplace volumique



- $\delta \overrightarrow{F}$  la force magnétique (en N)
- $\overrightarrow{j}$  le vecteur densité de courant électrique (en A · m<sup>-2</sup>)
- dV le volume du système (en  $m^3$ )
- $\overrightarrow{B}$  le champ magnétique (en T)

#### APPLICATION



Un fil épais de section  $6\,\mathrm{mm}^2$  et de longueur  $10\,\mathrm{m}$  est parcouru par un courant de  $5\,\mathrm{A}$ . Calculer la force exercée par le champ magnétique terrestre  $(5\times10^{-5}\,\mathrm{T})$ , supposé orthogonal au courant.

## 3 Théorème d'Ampère

#### 3.1 Invariances du champ magnétique

 $\delta \vec{F} = \vec{j} dV \wedge \vec{B}$ 

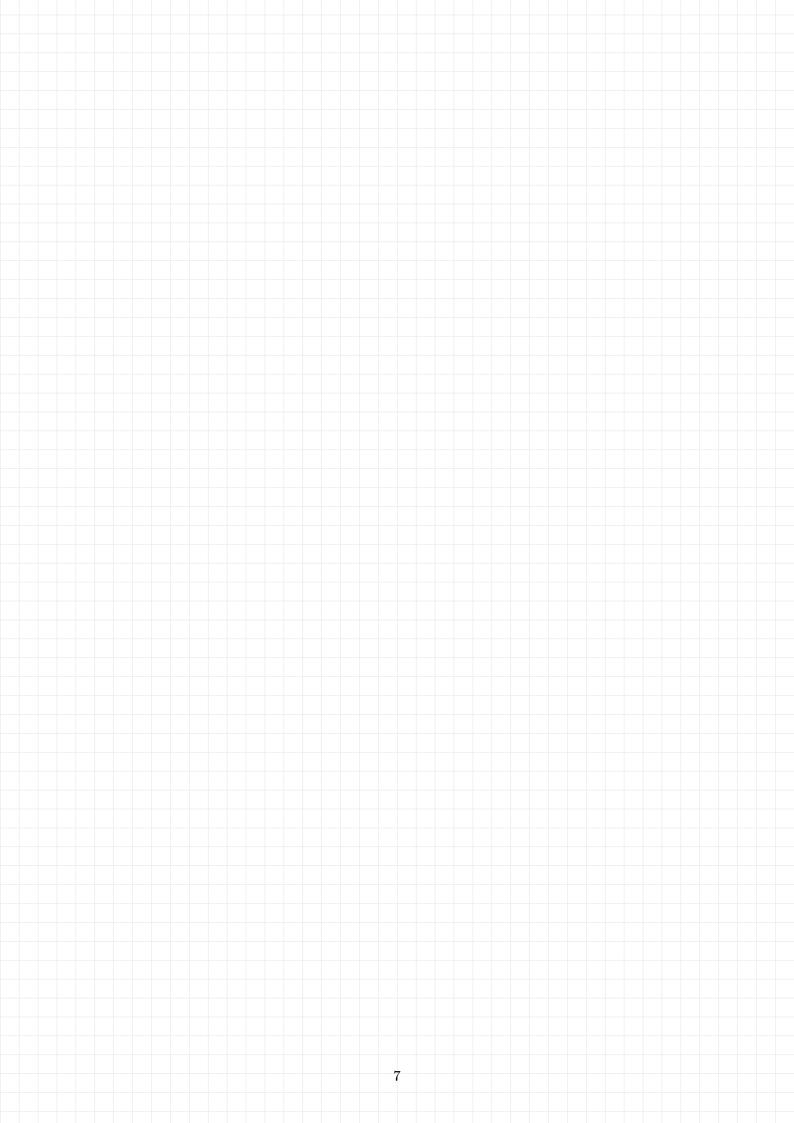
Les invariances de la distribution de courant contraignent la forme du champ électrique.

D'après le principe de Curie, les invariances de la distribution de courant sont aussi des invariances du champ magnétique.

#### 3.2 Symétries du champ magnétique

Le champ magnétique est un pseudo vecteur :

- le champ magnétique est symétrique par rapport aux plans d'antisymétrie
- le champ magnétique est antisymétrique par rapport aux plans de symétrie



### Plans de symétrie et champ magnétique



Le champ magnétique est orthogonal aux plans de symétrie de la distribution de courant.

### APPLICATION



Déterminer la direction du champ magnétique créé par un fil rectiligne infini et infiniment fin.

## Plans d'antisymétrie et champ magnétique



Le champ magnétique est inclus dans les plans d'antisymétrie de la distribution de courant.

## 3.3 Théorème d'Ampère

Le théorème d'Ampère permet de déterminer le champ magnétique à partir de la distribution de courant.

## Théorème d'Ampère



Hypothèses en régime stationnaire

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

#### Avec

- $\mathcal C$  une courbe fermée orientée
- $\vec{B}$  le champ magnétique (en T)
- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$  la perméabilité magnétique du vide
- $I_{\text{enlac\'e}}$  le courant enlac\'e par  $\mathcal C$  (orienté dans le sens direct) (en A)

### APPLICATION



Déterminer le champ magnétique créé dans tout l'espace par un fil épais de rayon R et infini parcouru par un vecteur densité de courant  $\vec{j}$ .

#### APPLICATION

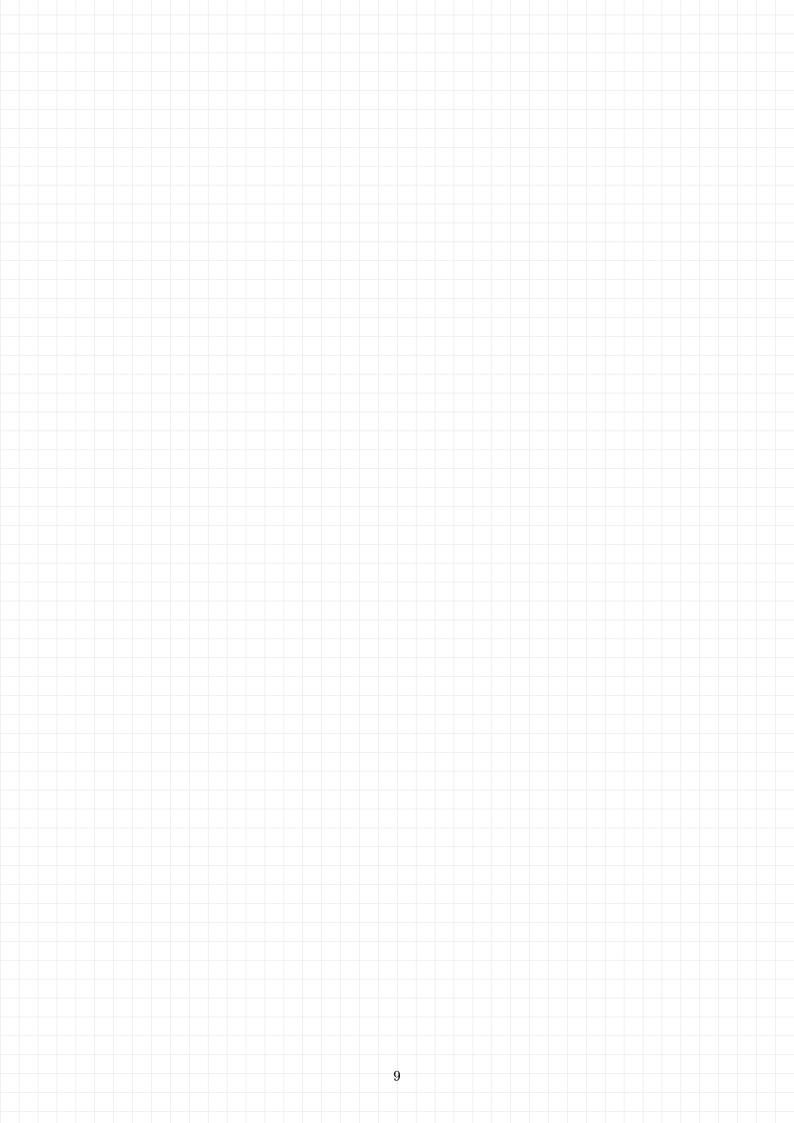


Déterminer le champ magnétique créé dans tout l'espace par un solénoïde infini de rayon R comportant n spires par unité de longueur parcourru par un courant I. Le solénoïde est assimilé à une succession de spires circulaires. On suppose le champ magnétique nul à l'extérieur du solénoïde.

#### APPLICATION



Déterminer le champ magnétique créé par une bobine torique comportant  $N\gg 1$  spires parcourue par un courant I.



# TD

## 1 Orage

Au cours d'un orage, un éclair peut être assimilé à un conduit cylindrique rectiligne de rayon  $a=10\,\mathrm{cm}$  et parcouru par un courant  $I=1\times 10^5\,\mathrm{A}$  de densité volumique de courant uniforme.

- 1. Faire un schéma et expliqué pourquoi les électrons de ce courant sont soumis à une force magnétique de Lorentz. Quel est son sens?
- 2. Montrer que les charges mobiles d'un élément de volume  $d\tau$  de l'éclair subissent une force volumique  $\frac{d\vec{f}_m}{d\tau} = \vec{j} \wedge \vec{B}$  où  $\vec{j}$  est le vecteur densité volumique de courant dans l'éclair.
- 3. Déterminer j et B au niveau du bord du conduit et exprimer la norme de cette force magnétique par unité de volume en fonction de I et a.
- 4. Faire l'application numérique de cette force et la comparer au poids volumique de l'air. Conclure.

## 2 Bobine torique

Une bobine est constituée par un fil conducteur bobiné en spires jointives sur un tore circulaire à section carrée de côté a, de rayon moyen R. On désigne par n le nombre total de spires et par I le courant qui les parcourt. On note (Oy) son axe de symétrie.

On s'intéresse au champ magnétique à l'intérieur du tore.

- 1. Faire un schéma du système.
- 2. Par une analyse des invariances, déterminer les dépendances de  $\vec{B}$ .
- 3. Par une analyse des symétries, déterminer la direction  $\vec{B}$ .
- 4. Montrer que le champ magnétique qui règne en un point M(x,y) quelconque du plan xOy à l'intérieur du tore peut s'exprimer sous la forme  $B=\frac{\mu_0nI}{2\pi r}$
- 5. Déterminer le flux  $\Phi$  du champ magnétique à travers la surface d'une spire dont la normale est orientée dans le sens du champ.

## 3 Câble coaxial

On considère un câble coaxial cylindrique de longueur supposée infinie, constitué d'un conducteur central plein de rayon  $R_1$ , parcouru par un courant uniforme d'intensité I et d'un conducteur périphérique évidé, de rayon intérieur  $R_2$ , de rayon extérieur  $R_3$  avec  $R_1 < R_2 < R_3$  et parcouru par un courant uniforme également d'intensité I mais circulant en sens inverse par rapport au courant du conducteur central.

On notera  $\overrightarrow{u_z}$  le vecteur unitaire de l'axe commun des deux conducteurs. Soit un point M à une distance r de l'axe du câble.

- 1. Montrer que le champ magnétique  $\overrightarrow{B}$  créé au point M est orthoradial.
- 2. Montrer qu'il peut se mettre sous la forme  $\overrightarrow{B} = B(r)\overrightarrow{u_{\theta}}$ .
- 3. Préciser alors la forme des lignes de champ.
- 4. Montrer que le champ magnétique créé au point M est nul si  $r > R_3$ .

- 5. Calculer les densités de courant  $\overrightarrow{j_1}$  et  $\overrightarrow{j_2}$ , respectivement dans le conducteur central et du conducteur périphérique en fonction des courants I et -I et des rayons  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .
- 6. En appliquant le théorème d'Ampère à un contour  $\mathcal C$  que l'on précisera, donner l'expression de la composante B(r) du champ magnétique créé au point M en fonction de  $\mu_0$ , I, r,  $R_1$ ,  $R_2$ , et  $R_3$  dans chacun des cas suivants :
  - $r < R_1$
  - $R_1 < r < R_2$
  - $R_2 < r < R_3$
- 7. Tracer l'allure du graphe de B(r).