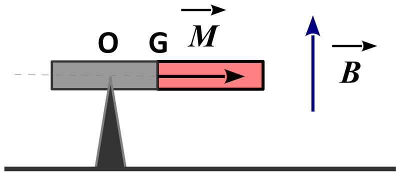
3. Aimant en équilibre ☺☺



Un aimant très fin, de moment magnétique $\vec{M}$, de masse m, repose en équilibre sur une pointe en O. Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité, de direction opposée au champ magnétique. Évaluer la distance d = OG pour que l'aimant reste en équilibre horizontal.

Rep : $d=\frac{MB}{mg}$.

Solution

L'aimant est soumis à trois forces :

- Le couple magnétique de moment : $\vec{\Gamma}_L=\vec{M}\wedge\vec{B}$
- La poids de moment en O : $\vec{\Gamma}_0=\overrightarrow{OG}\wedge m\vec{g}$
- La réaction de la pointe dont le moment par rapport à O est nul

Soit $\vec{u}_x$ le vecteur orienté vers nous orthogonal à la feuille. $\vec{\Gamma}_L=M\,B\vec{u}_x$; $\vec{\Gamma}_0=-d\,mg\,\vec{u}_x$. D'après le théorème du moment cinétique, l'aimant est en équilibre si $\vec{\Gamma}_L+\vec{\Gamma}_0=\vec{0}$ soit $\boxed{d=\frac{MB}{mg}}$

1. Petites oscillations d'un aimant ☺☺

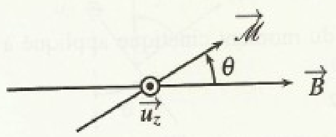
Un aimant homogène, de moment magnétique $\vec{M}$, de moment d'inertie J par rapport à son centre de gravité G est libre de tourner autour de G dans un plan horizontal. Il est soumis à l'action d'un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ horizontal.

1) L'aimant est légèrement tourné par rapport à sa position d'équilibre, tout en restant dans le plan horizontal puis lâché. Quelle est la période des oscillations ultérieures ?

2) Afin d'en déduire la valeur du champ magnétique $\vec{B}$, sans connaître ni le moment d'inertie ni le moment magnétique de l'aimant, on ajoute au champ magnétique $\vec{B}$ un champ magnétique $\vec{B}\,'$ créé par une bobine longue. On place d'abord la bobine telle que $\vec{B}$ et $\vec{B}\,'$ soient parallèles et de même sens, on mesure alors la période T_1 des oscillations . On change ensuite le sens du courant dans la bobine et on mesure la nouvelle période des oscillations T_2. En déduire B en fonction de l'intensité B' du champ créé par la bobine et le rapport T_1 / T_2 sachant que B < B'. *Rep :1)* $T=2\pi\sqrt{\frac{J}{MB}}$; *2)* $B=B'\frac{1-\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}{1+\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$

Solution

1. On note θ l'angle que fait le moment magnétique de l'aimant par rapport au champ magnétique et (Oz) l'axe vertical autour duquel l'aimant tourne.



L'aimant est soumis à la réaction du support, qui s'excerce en O, donc de moment nul en O, au poids, de moment nul pour la même raison, et à la force magnétique de moment $\vec{\Gamma}=\vec{\mathcal{M}}\wedge\vec{B}$:

$$\vec{\Gamma}=\mathcal{M}B\sin(-\theta)\,\vec{u_z}=-\mathcal{M}B\sin\theta\,\vec{u_z}.$$

Attention au signe de l'angle dans le sinus : pour calculer le produit vectoriel, on part de $\vec{\mathcal{M}}$ pour aller vers $\vec{B}$, on parcourt l'angle $-\theta$.

Le théorème du moment cinétique, appliqué à l'aimant en O, en projection sur l'axe (Oz), mène à : $J\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\mathcal{M}B\sin\theta$. Dans le cas de petites oscillations, on linéarise le sinus. Au deuxième ordre en θ, $\sin(\theta)=\theta$ et donc : $\frac{J}{\mathcal{M}B}\frac{d^2\theta}{dt^2}+\theta(t)=0$. La pulsation caractéristique du système est telle que $\frac{1}{\omega_0^2}=\frac{J}{\mathcal{M}B}$. D'où la période T : $T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{J}{\mathcal{M}B}}$.

2. Dans la première expérience, on ajoute $\vec{B'}$ à $\vec{B}$: $\tau_1=2\pi\sqrt{\frac{J}{\mathcal{M}(B+B')}}$; dans la seconde, le courant est opposé, on retranche donc $\vec{B'}$ à $\vec{B}$. Comme $B<B'$: $\tau_2=2\pi\sqrt{\frac{J}{\mathcal{M}(B'-B)}}$.