Les questions de cours qui suivent sont des questions ou des démonstrations essentielles et très classiques que vous pouvez avoir à l'écrit comme à l'oral. Les maîtriser toutes ou au moins une grande majorité vous assurera de pouvoir aborder beaucoup de choses au cours des différentes épreuves : c'est donc une priorité ! Attention, il ne s'agit pas d'une liste exhaustive ; on se rapportera pour cela aux compétences détaillées de chaque chapitre. Certaines questions, plus difficiles, sont repérées par (∗).

Mécanique

M1 - Changements de référentiel en mécanique newtonienne

1. Citer la loi de composition des vitesses et des accélérations pour un référentiel en translation par rapport à un autre. Préciser les expressions de la vitesse et de l'accélération d'entraînement.
2. Citer la loi de composition des vitesses et des accélérations pour un référentiel en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un autre. Préciser les expressions de la vitesse d'entraînement, de l'accélération d'entraînement et de l'accélération de Coriolis.

M2 - Dynamique dans un référentiel non galiléen

3. Citer le PFD, TMC, TPC et TEC dans un référentiel non galiléen.
4. Sous la forme d'un tableau, récapituler les expressions de l'accélération d'entrainement $\overrightarrow{a_e}$, de l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_c}$, de la force d'inertie d'entrainement $\overrightarrow{F_{ie}}$, de la force d'inertie de Coriolis $\overrightarrow{F_{ic}}$ dans le cas d'une translation ou dans le cas d'une rotation uniforme.
5. Donner la relation entre champ de pesanteur, champ gravitationnel, et champ d'inertie axifuge. Illustrer la situation dans le cas de la Terre avec trois schémas (pôle nord, équateur, latitude quelconque).
6. Citer un effet de la force d'inertie de Coriolis dans le référentiel terrestre supposé non galiléen. Justifier l'effet à partir de l'expression de $\overrightarrow{F_{ic}}$.

Thermodynamique

T1 - Systèmes ouverts en régime stationnaire

7. Démontrer le premier principe industriel.
8. Démontrer le deuxième principe industriel.
9. Écrire le PPI pour les organes « classiques » d'une installation industrielle ou domestique (compresseur, turbine, détendeur, évaporateur, condenseur) en précisant les hypothèses courantes permettant de le simplifier. Indiquer le signe de w_u et q quand ils apparaissent.

T2 - Diffusion de particules

10. Donner le périmètre d'un cercle, la surface d'un disque, la surface latérale d'un cylindre, le volume d'un cylindre plein, le volume d'un cylindre creux d'épaisseur $\mathrm{d}r$, la surface d'une sphère, le volume d'une boule pleine, le volume d'une boule creuse d'épaisseur $\mathrm{d}r$.
11. Établir un bilan local de particules (équation de conservation de la matière) à 1D, en géométrie cartésienne, sans terme source, puis avec terme source. Donner, sans démonstration, la généralisation à 3D.
12. Établir un bilan local de particules (équation de conservation de la matière) à 1D, en géométrie cylindrique, sans terme source, puis avec terme source.
13. Établir l'équation de diffusion de particules à 1D, en géométrie cartésienne, sans terme source. On commencera par établir un bilan local. Donner, sans démonstration, la généralisation à 3D.
14. Établir l'équation de diffusion de particules à 1D, en géométrie cylindrique, sans terme source. On commencera par établir un bilan local.

15. Écrire l'équation de diffusion de particules et l'analyser en ODG pour relier les échelles caractéristiques spatiales et temporelles. Donner l'ODG du coefficient de diffusion pour un gaz et proposer une AN.
16. Exposer le modèle de la marche au hasard à 1D, et démontrer qu'il conduit à une équation de diffusion dans le cadre de l'approximation des milieux continus.

T3 - Diffusion thermique

17. Établir un bilan local d'énergie (à l'aide du premier principe) à 1D, en géométrie cartésienne, sans terme source, puis avec terme source. Donner, sans démonstration, la généralisation à 3D.
18. Établir un bilan local d'énergie (à l'aide du premier principe) à 1D, en géométrie cylindrique, sans terme source, puis avec terme source.
19. Établir l'équation de diffusion thermique à 1D, en géométrie cartésienne, sans terme source. On commencera par établir un bilan local. Donner, sans démonstration, la généralisation à 3D.
20. Établir l'équation de diffusion thermique à 1D, en géométrie cylindrique, sans terme source. On commencera par établir un bilan local.
21. Écrire l'équation de diffusion thermique et l'analyser en ODG pour relier les échelles caractéristiques spatiales et temporelles. Donner l'ODG de la conductivité thermique λ du béton. En déduire de coefficient de diffusion thermique du béton (prendre $\rho = 5.10^3$ kg.m^{-3} et $c = 9.10^3$ J.kg^{-1}.K^{-1}) ; puis le temps caractéristique de diffusion de la chaleur sur 10 cm.
22. Donner les ODG des conductivités thermiques de l'acier, de l'eau, du béton, de l'air.
23. En régime stationnaire, définir la notion de résistance thermique, et établir son expression dans le cas 1D en géométrie cartésienne.
24. En régime stationnaire, définir la notion de résistance thermique, et établir son expression dans le cas 1D en géométrie cylindrique.
25. Citer les critères qui permettent de dire si des résistances thermiques sont en parallèle ou en série. Énoncer les lois d'association dans les deux cas.

T4 - Rayonnement thermique

26. Donner la définition d'un corps noir et faire une application numérique sur la loi de Stefan ou Wien (la loi étant fournie).
27. Expliquer qualitativement le principe de l'effet de serre (faire un schéma, citer les domaines des OEM concernés, donner des exemples de gaz à effet de serre)

Mécanique des fluides

MF1 - Cinématique des fluides

28. Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique
29. En coordonnées cartésiennes, donner l'expression de $\overrightarrow{\text{grad}}(\phi)$; $\text{div}(\overrightarrow{v})$; $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{v})$; $(\overrightarrow{v}.\overrightarrow{\text{grad}})\overrightarrow{v}$, $\Delta\phi$; et $\Delta\overrightarrow{v}$.
30. Établir l'équation locale de conservation de la masse.
31. Définir les écoulements stationnaire, incompressible et irrotationnel (par une phrase, et ensuite par une relation mathématique). Puis citer une propriété mathématique que l'on peut déduire pour chaque écoulement (voir tableau de l'exercice 2).

MF2 - Dynamique des fluides réels

32. Établir l'expression de l'équivalent volumique des forces de pression.

33. Dans un fluide newtonien satisfaisant $\overrightarrow{\mathrm{d}F}_V = \eta \dfrac{\partial v_x}{\partial y} \mathrm{d}S\overrightarrow{u_x}$, et pour un écoulement de la forme $\overrightarrow{v} = v_x(y)\overrightarrow{u_x}$, montrer que l'équivalent volumique des forces de viscosité s'écrit $\overrightarrow{f}_V = \eta\Delta\overrightarrow{v}$
34. Définir le nombre de Reynolds (Re) de manière générale comme un rapport de deux termes de l'équation de Navier-Stokes. Donner son expression pour un écoulement à une dimension, en fonction de la viscosité dynamique puis cinématique. Citer les gammes de valeur de Re qui conduisent à un choix de modèle de traînée plutôt linéaire ou plutôt quadratique.

MF3 - Dynamique des fluides en écoulement parfait

35. Démontrer le théorème de Bernoulli.

MF4 - Bilans macroscopiques

36. Faire un bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie cinétique sur une canalisation coudée à 90°.

Optique

O1 - Modèle scalaire des ondes lumineuses

37. Citer le théorème de Malus. Montrer à l'aide de schémas, explications à l'appui, qu'une lentille convergente peut transformer une onde sphérique en onde plane et inversement.
38. Pour deux rayons issus d'un même point source S et se rejoignant en un point M, établir le lien entre la différence des retards de phase ($\Delta\phi$) et la différence de marche δ (en lumière monochromatique).
39. Expliciter le modèle des trains d'onde. Définir le temps de cohérence et la longueur de cohérence. Donner des ODG de longueurs de cohérence (lumière blanche, lampe spectrale, laser).
40. Établir le lien entre largeur spectrale en fréquence et largeur spectrale en longueur d'onde. A.N.
41. Définir l'éclairement E. Montrer que $E = \frac{1}{2}KA^2(M)$ pour une vibration lumineuse monochromatique $a(M,t) = A(M).\cos(\omega_0.t - \phi)$.

O2 - Superposition de deux ondes lumineuses

42. Citer les 3 critères de cohérence, et démontrer la formule de Fresnel (en complexe ou non) en les supposant validés.
43. Définir la notion de contraste. Par le calcul, montrer dans quel cas le contraste est nul, et dans quel cas il est maximal (on précisera alors sa valeur).
44. Interférences à N ondes : sur l'exemple du montage [laser en incidence normale + réseau + lentille + écran dans plan focal image] établir l'expression de l'amplitude résultante A en un point M de l'écran (en fonction du déphasage $\Delta\phi$ entre deux rayons consécutifs). Établir de plus le lien entre $\Delta\phi$ et l'angle θ des rayons correspondants.
45. (∗) Interférences à N ondes : sur ce même montage, établir l'expression de l'éclairement $E(\Delta\phi) = E_0\frac{\sin^2(N\Delta\phi/2)}{\sin^2(\Delta\phi/2)}$. En déduire la condition d'interférences totalement constructives $\Delta\phi = 2m\pi$ (m entier relatif) et la demi-largeur des franges brillantes $2\pi/N$.

O3 - Étude de diviseurs du front d'onde : les trous d'Young et ses généralisations

46. Montage des trous d'Young : établir l'expression de la différence de marche en précisant les approximations faites. En déduire la forme des franges observées sur l'écran.
47. Montage des trous d'Young : la différence de marche $\delta = a.x/D$ étant donnée, déduire : l'allure précise de la figure d'interférences (à justifier, et faire un schéma) ; l'expression de l'interfrange ; et le graphe de l'éclairement $E(x)$ sur l'écran.

48. Montage des trous d'Young éclairé par le doublet jaune du sodium : déterminer l'abscisse x_0 de la première annulation de contraste sur l'écran :
    — soit par un raisonnement qualitatif avec le critère $\Delta p = 1/2$
    — ($*$) soit par un raisonnement exact avec expression de l'éclairement et du contraste
49. Établir le lien entre longueur de cohérence L_c, largeur spectrale $\Delta\lambda$, et longueur d'onde λ.
50. Montage des trous d'Young éclairés en lumière blanche : décrire et interpréter qualitativement (schémas !) les observations (vocabulaire à utiliser notamment : blanc d'ordre 0, teintes de Newton, blanc d'ordre supérieur, cannelures, spectre cannelé). Donner les critères permettant de déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.
51. Interférences à N ondes : établir la formule des réseaux. On pourra s'appuyer sur le montage de Fraunhofer.

O4 - L'interféromètre de Michelson

52. Établir l'expression de la différence de marche pour l'interféromètre de Michelson en configuration lame d'air, éclairé par une source spatialement étendue.
53. Résumer dans un tableau, pour les deux configurations de l'interféromètre de Michelson en lame d'air / coin d'air : la définition de la configuration, la localisation des franges, la méthode d'éclairage, la méthode de projection, le nom et la nature des franges.

Électromagnétisme

EM1 - Sources du champ électromagnétique

54. Établir l'équation de conservation de la charge (à 1D, en géométrie cartésienne). Citer sa généralisation en géométrie quelconque, à 3D.
55. Modèle de Drude : citer les hypothèses et démontrer, à partir du modèle, la loi d'Ohm locale en explicitant l'expression de la conductivité.
56. Établir l'expression de la résistance d'une portion de conducteur filiforme.
57. Établir l'expression de la puissance volumique dissipée par effet Joule dans un conducteur ohmique.

EM2 - Électrostatique

58. Citer les équations postulats de l'électrostatique (forme locale) et démontrer les formes intégrales.
59. Analyser une carte de champ fournie.
60. Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un plan infini puis par un condensateur plan en négligeant les effets de bord. En déduire l'expression de sa capacité.
61. Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par une des distributions « classiques » suivantes : boule / sphère / cylindre plein / cylindre creux uniformément chargé en volume / surface.
62. ($*$) Modèle de noyau atomique : établir énergie de constitution du noyau en construisant le noyau par adjonction progressive de charges apportées de l'infini.
63. Faire l'analogie avec le champ gravitationnel, et déterminer le champ gravitationnel créé par un astre sphérique plein, en tout point de l'espace
64. Établir l'expression du potentiel dans tout l'espace associé à un dipôle électrostatique. Tracer l'allure des équipotentielles et des lignes de champ.
65. Déterminer la polarisabilité d'un atome (en utilisant par exemple le modèle de Thomson).

EM3 - Magnétostatique

66. Citer les équations postulats de la magnétostatique (forme locale) et démontrer les formes intégrales.
67. Analyser une carte de champ fournie.
68. Établir l'expression du champ magnétostatique créé en tout point de l'espace par une des distributions de courant « classiques » suivantes : fil, câble.
69. Établir l'expression du champ magnétostatique créé à l'intérieur d'un solénoïde long en négligeant les effets de bord (en admettant que le champ extérieur soit nul). Établir ensuite les expressions de l'inductance propre et de l'énergie de la bobine ainsi modélisée.
70. Pour l'atome d'hydrogène, dans une approche « classique », établir le lien entre moment cinétique de l'électron et moment magnétique de l'atome.
71. Retrouver l'expression du magnéton de Bohr par analyse dimensionnelle (en ODG, sans le préfacteur numérique).
72. Décrire l'expérience de Stern et Gerlach et expliquer les conclusions qui en ont été tirées.

EM4 - Équations de Maxwell

73. Écrire les équations de Maxwell, et établir à partir d'elles l'équation de conservation de la charge.
74. Écrire les équations de Maxwell et démontrer les formes intégrales.
75. Aspect énergétique : établir l'équation locale de Poynting en faisant apparaître le vecteur de Poynting et la densité volumique d'énergie électromagnétique. Donner une interprétation du vecteur de Poynting.
76. Établir les équations de propagation des champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le vide et interpréter la signification de c.
77. Par une analyse en ODG, déterminer comment se simplifie l'équation de Maxwell-Ampère dans l'ARQS « magnétique ».

Ondes

Od1 - Ondes mécaniques unidimensionnelles dans les solides déformables

78. Établir l'équation d'onde pour des ondes transversales sur une corde vibrante (hypothèses et approximations à citer).
79. A l'aide d'un modèle simple de solide (réseau cubique d'atomes reliés par des ressorts), établir l'expression du module d'Young en fonction de la constante de raideur k et de la distance interatomique a : $Y = k/a$.
80. Établir l'équation d'onde pour des ondes longitudinales dans une tige solide (hypothèses et approximations à citer).
81. Citer l'équation de d'Alembert. Donner l'expression de la célérité en fonction des paramètres de « raideur » et « d'inertie » du milieu. Donner la forme des solutions à privilégier en milieu illimité ou limité (ou semi-limité), en précisant à chaque fois les expressions en OPH ou OSH, puis les expressions plus générales.
82. Corde fixée à ses extrémités en régime libre : à partir de l'expression générique d'une OSH sous la forme $y(x,t) = A\cos(kx+\phi).\cos(\omega t+\psi)$ et des conditions aux limites (à expliciter), établir les expressions des modes propres et des pulsations propres associées à ces modes.

Od2 - Ondes acoustiques dans les fluides

83. Établir l'équation de propagation de la surpression en linéarisant puis combinant les 3 équations locales (hypothèses et approximations à citer).
84. Établir l'expression de la célérité des ondes acoustiques en fonction de la température pour un gaz parfait.

85. Définir l'impédance acoustique par analogie avec l'électrocinétique. Donner son unité. Établir l'expression de l'impédance acoustique pour une OPPH.
86. Donner les définitions et les unités des grandeurs suivantes : vecteur densité de flux de puissance acoustique (vecteur de « Poynting » acoustique) ; intensité acoustique ; niveau sonore.
87. Pour une OPPH acoustique en incidence normale sur un dioptre, établir les coefficients de réflexion et transmission en amplitude des champs de surpression et de vitesse.

Od3 - Ondes électromagnétiques dans le vide

88. Établir les équations de propagation des champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le vide.
89. Établir la structure des OPPH dans le vide (4 démonstrations + 4 conclusions).
90. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens, et calculer les champs électriques associés en expliquant la démarche.
91. Proposer une expression du champ électrique pour des OPPH polarisées elliptiquement, circulairement et rectilignement. Préciser pour vos exemples (démontrer si besoin) : la direction de propagation, le sens de polarisation (si pertinent) et la direction de polarisation (si pertinent).

Od4 - Ondes électromagnétiques dans quelques milieux matériels

92. OEM dans un plasma : établir l'expression de la conductivité complexe (hypothèses à préciser)
93. OEM dans un plasma : établir l'équation de propagation de l'onde, puis la relation de dispersion en faisant apparaître la pulsation plasma ω_p.
94. OEM dans un plasma (relation de dispersion fournie : $k^2 = \frac{1}{c^2}(\omega^2 - \omega_p^2)$) : montrer que dans son domaine réactif, le plasma est le siège d'une onde évanescente, et que la puissance associée est nulle.
95. OEM dans un plasma (relation de dispersion fournie : $k^2 = \frac{1}{c^2}(\omega^2 - \omega_p^2)$) : montrer que dans le domaine de transparence du plasma, les OPPH se propagent sans être absorbées. Exprimer alors la vitesse de phase et la vitesse de groupe.
96. OEM dans un conducteur : établir l'équation de propagation de l'onde et faire l'analogie avec l'équation de diffusion thermique. Établir la relation de dispersion.
97. OEM dans un conducteur : retrouver l'expression de l'épaisseur de peau à partir de l'équation de propagation de l'onde ou de la relation de dispersion.
98. OPPH électromagnétique en incidence normale sur une interface entre deux milieux d'indices $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ complexe : établir l'expression des coefficients de réflexion et transmission en amplitude.
99. OPPH électromagnétique en incidence normale sur une interface entre deux milieux d'indices $\underline{n}_1$ et $\underline{n}_2$ complexe : établir l'expression des coefficients de réflexion et transmission en puissance. Donner une interprétation.

Od5 - Approche ondulatoire de la mécanique quantique

100. Donner les notations ou définir mathématiquement les termes suivants : probabilité de présence sur un intervalle dx, amplitude de probabilité, densité (linéique) de probabilité. Citer l'équation de Schrödinger à 1D et la condition de normalisation.
101. Définir un état stationnaire pour un système quantique et établir que $\psi(x,t) = \phi(x).\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{E}{\hbar}.t}$ où ϕ est solution de l'équation de Schrödinger indépendante du temps (à expliciter).
102. Établir la relation de dispersion pour une particule libre. En déduire les expressions de la vitesse de phase et de la vitesse de groupe.
103. Puits infini : établir les expressions de $\psi_n(x,t)$ et des énergies quantifiées E_n.
104. Puits infini : Retrouver qualitativement l'expression de l'énergie minimale à partir de l'inégalité de Heisenberg spatiale. Expliquer alors le lien entre confinement et énergie minimale.

105. Puits fini : écrire les équations de Schrödinger stationnaire et leur solution dans les trois domaines. Exprimer ensuite les conditions aux limites pour obtenir deux équations satisfaites par les amplitudes des différentes fonctions d'onde.
106. Effet tunnel : Citer quelques applications de ce phénomène. Définir le coefficient de transmission comme un rapport de courants de probabilités. Citer qualitativement l'influence de la hauteur et de la profondeur de la barrière.

Od6 - Introduction à la physique du laser

107. Expliquer qualitativement, schémas à l'appui, les phénomènes d'émission spontanée, d'absorption, et d'émission stimulée. Décrire les propriétés d'un photon créé par le processus d'émission stimulée. Justifier qualitativement la nécessité d'une inversion de population pour parvenir à amplifier une onde électromagnétique dans un laser.
108. Représenter schématiquement un faisceau laser en coupe en s'appuyant sur le modèle cône-cylindre. Définir et faire apparaître le waist, la longueur de Rayleigh, et l'ouverture angulaire.
109. Déterminer la dimension et la position de la section minimale du faisceau émergeant d'une lentille éclairée par un faisceau cylindrique.

Simulation numérique

SN1 - Résolution numérique d'équations différentielles

110. Sur l'exemple de l'équation différentielle de la charge d'un condensateur (en grandeurs adimensionnées) $\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u(t) = 1$: mettre en œuvre la méthode d'Euler étape par étape pour obtenir le schéma explicite de résolution numérique.
111. Sur le même exemple, proposer une fonction `Euler` en Python qui prend en argument un instant initial `t0`, un instant final `tf`, la valeur initiale `u0` de la fonction u, et un entier `N`, et qui renvoie deux listes de longeur `N+1` : une liste des temps discrétisés, et une liste des valeurs correspondantes de la fonction u à ces temps-là.
112. Reprendre les deux questions précédentes sur l'exemple de l'équation d'un oscillateur harmonique $x'' + \omega^2 x = 0$. Le programme Python devra retourner trois listes : de temps, de positions, et de vitesses.

SN2 - Résolution numérique d'équations aux dérivées partielles

113. Sur l'exemple de l'équation de diffusion thermique $\frac{\partial T}{\partial t} = K\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$: on discrétise le temps en t_i et l'espace en x_j, et on note $T(t_i, x_j) = T_{i,j}$. On note respectivement Δt et Δx les pas de discrétisation en temps et en espace. Établir une approximation à l'ordre 1 de $\frac{\partial T}{\partial t}$, puis une approximation à l'ordre de 2 de $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$. En déduire le schéma numérique permettant de calculer $T_{i+1,j}$ en fonction de $T_{i,j-1}$, $T_{i,j}$ et $T_{i,j+1}$.
114. (∗) Sur le même exemple, on cherche à résoudre le problème sur l'intervalle de temps $[0, D]$ (avec $N_t + 1$ points) et sur l'intervalle d'espace $[0, L]$ (avec $N_x + 1$ points). On représente les données du problème par la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} T_{0,0} & \cdots & T_{0,j} & \cdots & T_{0,N_x} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ T_{i,0} & \cdots & T_{i,j} & \cdots & T_{i,N_x} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{N_t,0} & \cdots & T_{N_t,j} & \cdots & T_{N_t,N_x} \end{pmatrix}$$

Que représente une ligne quelconque de cette matrice ? Une colonne quelconque ? On souhaite imposer les températures T_0 et T_L, quel que soit l'instant t, aux limites du domaine spatial. Traduire ces conditions aux limites avec les notations de la matrice. Pour resoudre le problème on suppose que la première ligne a été initialisée avec des conditions initiales. Proposer en Python une fonction `transition` qui prend en argument une ligne quelconque de la matrice (sous la forme d'une liste `T`), et renvoie la liste de température correspondant à la ligne suivante.