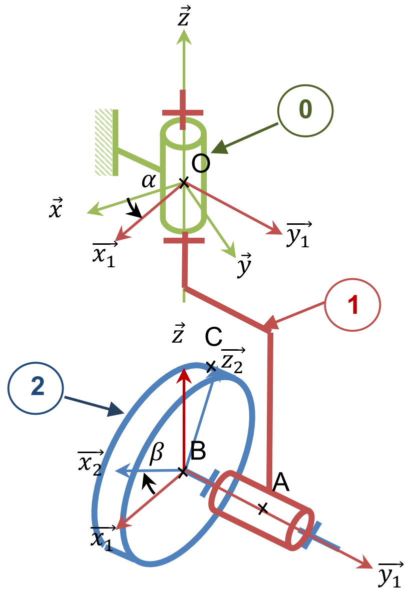
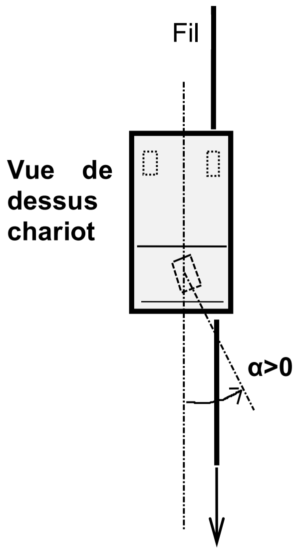
B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement	Solide indéformable : - définition - référentiel, repère - équivalence solide/référentiel - degrés de liberté - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable Associer un repère à un solide Identifier les degrés de liberté d'un solide par rapport à un autre solide
	Torseur cinématique	Déterminer le torseur cinématique d'un solide par rapport à un autre solide

Exercice 1 : CHARIOT FILOGUIDE

Un schéma cinématique du système d'orientation de la roue du chariot filoguidé :





Soit $\mathcal{R}_0(0,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ un repère lié au bâti *(S)* du chariot.

Le bras *(S₁)* est en liaison pivot d'axe$(0,\vec{z})$ avec *(S)*.
Soit $\mathcal{R}_1(0,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\vec{z})$ un repère lié à *(S_1)*.
On pose $\alpha = (\vec{x},\overrightarrow{x_1})$, angle contrôlé par le moteur d'orientation.

La roue *(S_2)* de centre *B* est en liaison pivot d'axe$(A,\overrightarrow{y_1})$ avec *(S_1)*.
Soit $\mathcal{R}_2(C,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_2})$ un repère lié à *(S_2)*.
On pose $\overrightarrow{OA} = -h.\vec{z} + a.\overrightarrow{y_2}$ avec *h, a* constante positive et $\beta(t) = (\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2})$ angle du moteur d'avance.

On observe un point *C* de la roue, dont la position est donnée par

$$\overrightarrow{AC} = -a.\overrightarrow{y_2} + r.\overrightarrow{z_2}$$

1. **Représenter** les changements de bases entre les bases des 3 repères
2. **Déterminer** le vecteur vitesse du point *C* appartenant à *(S_2)* dans son mouvement par rapport à *(S)*: $\overrightarrow{V_{(C\in S_2/S)}}$
3. **Déterminer** le vecteur accélération du point *C* appartenant à *(S_2)* dans son mouvement par rapport à *(S)* $\overrightarrow{\Gamma_{(C\in S_2/S)}}$

Exercice 2 : ROBOT A PARALLELOGRAMME DEFORMABLE.

Le système étudié (cf. figures) est un robot industriel destiné à la manutention de pièces lourdes. Ce robot a une structure en parallélogramme déformable qui lui permet de déplacer son poignet dans l'aire de travail.

On associe à chaque solide i une base orthonormée directe $B_i(\vec{x_i},\vec{y_i},\vec{z})$

Le mouvement de 1/0 est une rotation autour de l'axe $(A,\vec{z})$; on pose $\alpha=(\vec{x_0},\vec{x_1})$

Le mouvement de 2/0 est une rotation autour de l'axe $(A,\vec{z})$; on pose $\beta=(\vec{x_0},\vec{x_2})$

Le mouvement de 1/3 est une rotation autour de l'axe $(B,\vec{z})$; tel que $\overrightarrow{AB}=L.\vec{x_1}$

Le mouvement de 2/4 est une rotation autour de l'axe $(E,\vec{z})$; tel que $\overrightarrow{EA}=D.\vec{x_2}$

Le mouvement de 3/4 est une rotation autour de l'axe $(C,\vec{z})$; tel que $\overrightarrow{EC}=L.\vec{x_4}$

Par ailleurs : $\overrightarrow{CB}=D.\vec{x_3}$ et $\overrightarrow{BJ}=H.\vec{x_3}$

Les mouvements du robot sont commandés par 2 moteurs :

- Le solide 1 a son mouvement de rotation commandé par un moteur M1 tel que : $\alpha\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$.
- Le solide 2 a son mouvement de rotation commandé par un moteur M2 tel que : $\beta\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}\right]$

figure 1

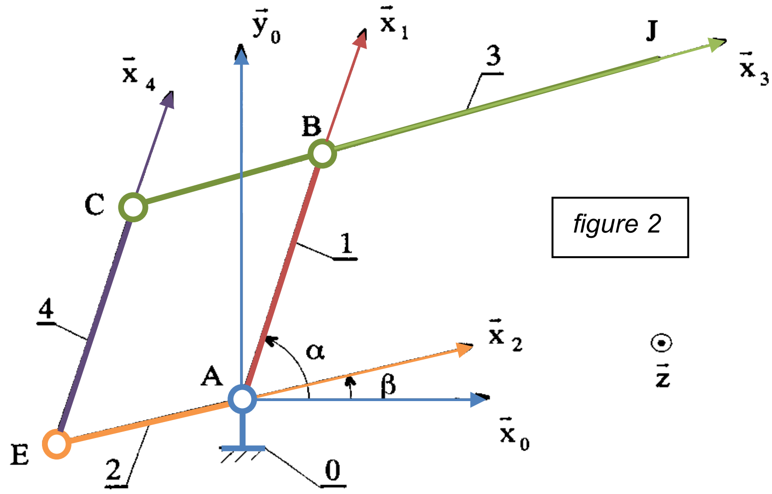


figure 2

Question 1 : *Selon la structure en parallélogramme, que peut-on dire sur les bases B1, B2, B3 et B4 ? En déduire les 2 figures planes définissant les 2 paramètres d'orientation.*

Question 2 : *Déterminer le vecteur vitesse* $\overrightarrow{V_{J\in3/0}}$.

Question 3 : *Déterminer le vecteur vitesse* $\overrightarrow{\Gamma_{J\in3/0}}$.

Question 4 : *Déterminer la trajectoire* $T_{J\in3/0}$ *lorsque le moteur M2 est à l'arrêt et* $\beta=0$.

Question 5 : *Déterminer la trajectoire* $T_{J\in3/0}$ *lorsque le moteur M1 est à l'arrêt et* $\alpha=\frac{\pi}{3}$

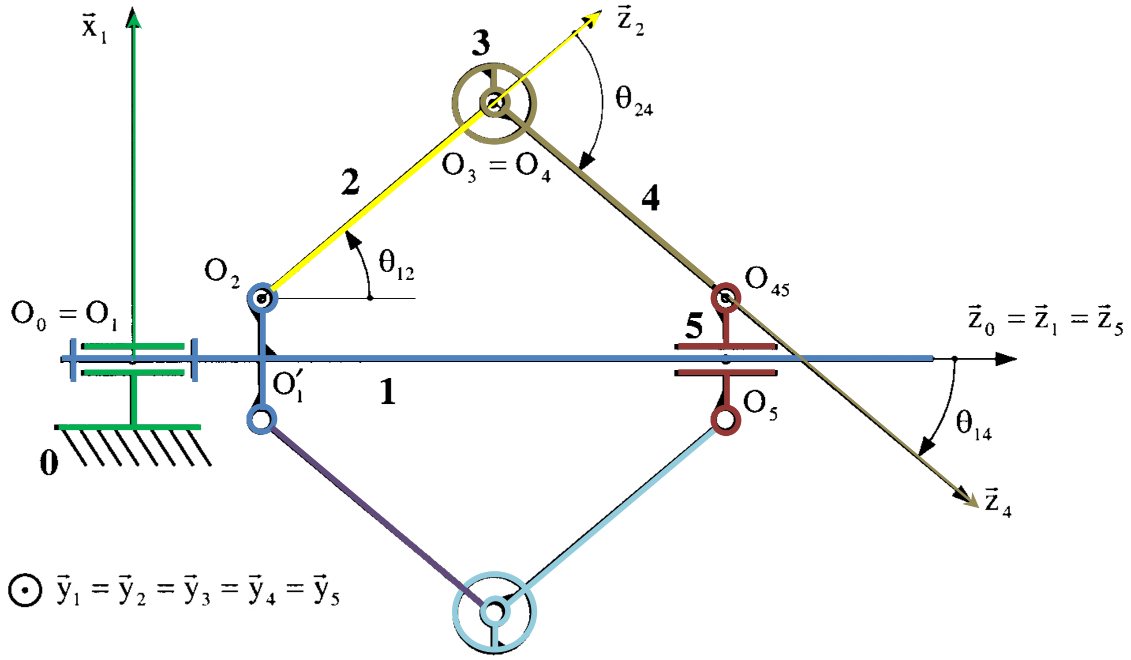
Question 6 : *Tracer sur une figure la surface liée à* R_0 *dans laquelle se déplace le point J lorsque* α *et* β *varient dans les limites précédemment définies (les deux moteurs fonctionnent).*

Exercice 3 : REGULATEUR DE WATT.

Ce dispositif est constitué de 9 solides :

- Le bâti 0, de repère associé $R_0(O_0,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$.
- L'arbre d'entrée 1, de repère associé $R_1(O_1,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$, en mouvement de rotation d'axe $(O_0,\overrightarrow{z_0})=(O_0,\overrightarrow{z_1})$ par rapport à 0 tel que $O_1=O_0$ et $(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1})=(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1})=\theta_{01}$.
- La bielle 2 (respectivement la bielle 2'), de repère associé $R_2(O_2,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$, en mouvement de rotation d'axe $(O_2,\overrightarrow{y_1})=(O_2,\overrightarrow{y_2})$ par rapport à 1 tel que $\overrightarrow{O_1O_2}=R_{12}.\overrightarrow{x_1}+L_{12}.\overrightarrow{z_1}$ et $(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2})=(\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2})=\theta_{12}$.
- La sphère 3 (respectivement la sphère 3'), de repère associé $R_3(O_3,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$, en mouvement de rotation d'axe $(O_3,\overrightarrow{y_2})=(O_3,\overrightarrow{y_3})$ par rapport à 2 tel que $\overrightarrow{O_2O_3}=L_{23}.\overrightarrow{z_2}$.
- La bielle 4 (respectivement la bielle 4'), de repère associé $R_4(O_4,\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{z_4})$, en mouvement de rotation d'axe $(O_3,\overrightarrow{y_2})=(O_3,\overrightarrow{y_4})$ par rapport à 2 tel que $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_4})=(\overrightarrow{z_2},\overrightarrow{z_4})=\theta_{24}$.
- Le coulisseau 5, de repère associé $R_5(O_5,\overrightarrow{x_5},\overrightarrow{y_5},\overrightarrow{z_5})$, en mouvement de translation de direction $(O_5,\overrightarrow{z_1})=(O_5,\overrightarrow{z_5})$ par rapport à 1, et, en mouvement de rotation d'axe $(O_{45},\overrightarrow{y_4})=(O_{45},\overrightarrow{y_5})$ par rapport à 4 tel que $\overrightarrow{O_4O_{45}}=L_{45}.\overrightarrow{z_4}$, $\overrightarrow{O_5O_{45}}=R_{45}.\overrightarrow{x_5}$ et $(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_4})=(\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_4})=\theta_{14}$.

Remarque : L_{12}, $R_{12}=R_{45}$ et $L_{45}=L_{23}$ sont des constantes.



Le principe de fonctionnement est le suivant : plus l'arbre d'entrée 1 tourne vite par rapport au bâti 0 autour de l'axe $(O_0,\overrightarrow{z_0})$, plus les sphères 3 et 3' ont tendance à s'éloigner de cet axe par effet centrifuge. Cet éloignement induit le rapprochement du coulisseau 5 vers le point O_0. En l'absence de rotation de 1 par rapport à 0, un ressort 6 placé entre 1 et 5 repousse le coulisseau vers une position privilégiée dite « position de repos ». On peut par exemple utiliser le déplacement du coulisseau 5 pour couper l'alimentation du moteur entraînant l'arbre 1 en rotation et dont on souhaiterait qu'il ne dépasse pas une vitesse de rotation limite (risque de vibrations instables pouvant conduire à la destruction).

Les questions suivantes ne constituent que la 1ère phase de la détermination du lien entre la vitesse de rotation de l'arbre 1 par rapport au bâti 0 et le déplacement du coulisseau 5 par rapport à l'arbre d'entrée 1.

Question 1 : *Déterminer l'expression des vecteurs vitesse instantanée de rotation* $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{4/0}}$ *et* $\overrightarrow{\Omega_{5/0}}$

Question 2 : *Déterminer l'expression de* $\overrightarrow{V_{(O_3,3/0)}}$

Question 3 : *Déterminer l'expression de* $\overrightarrow{\Gamma_{(O_3,3/0)}}$

FERMETURE GEOMETRIQUE

On s'intéresse maintenant à la géométrie du mécanisme.

Question 4 : *Déterminer les relations entre* θ_{12}, θ_{14} *et* θ_{24}.

On pose $\overrightarrow{O_1'O_5} = \lambda.\overrightarrow{z_0}$

Question 5 : *Déterminer la relation entre* λ *et* θ_{12} *en écrivant la fermeture géométrique.*

FERMETURE CINEMATIQUE

Question 6 : *Déterminer la relation entre* λ *et* θ_{12} *en écrivant la fermeture cinématique.*