## 1. Débordera , débordera pas ?

1. On applique la 2ème loi de Newton au glaçon : $\mu V g = V_{imm}\,\mu_0\, g$ soit : $\boxed{V_{imm}=\frac{\mu}{\mu_0}V}$. Pour déterminer le volume du glaçon fondu, on exprime la conservation de la masse du glaçon : $m = \mu V = V_{fond}\,\mu_0$ d'où : $\boxed{V_{fond}=V_{imm}=\frac{\mu}{\mu_0}V}$

1. AN : $\boxed{\frac{V_{imm}}{V}=\frac{\mu}{\mu_0}=0{,}92}$. 92% du glaçon est immergé.

3. Pas la peine d'avoir une éponge… cela ne va pas déborder. Dans le whisky, qui est moins dense que l'eau, le fluide déplacé aura un volume plus grand pour compenser le poids du glaçon. Quand le glaçon redevient liquide, le niveau va donc baisser.

## 2. Ascension d'une montgolfière

1. Bilan des forces :

Poids du ballon : $\vec{p}=-(M_0+m_{air}^{int}(z))\,g\,\vec{u}_z=-(M_0+\frac{P(z)M_e}{RT_1}V_0)\,g\,\vec{u}_z$

Poussée d'Archimède : $\vec{\pi}=(\frac{P(z)M_e}{RT_0}V_0)\,g\,\vec{u}_z$.

Force de frottement : $\vec{f}$

Résultante des forces : $\vec{R}=\vec{p}+\vec{\pi}+\vec{f}=-(M_0+\frac{P(z)M_e}{RT_1}V_0)\,g\,\vec{u}_z+(\frac{P(z)M_e}{RT_0}V_0)\,g\,\vec{u}_z+\vec{f}$

par identification : $\boldsymbol{F(z)=\frac{P(z)V_0 Me\, g}{R}(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_1})}$. La pression diminue avec l'altitude F(z) aussi.

2. Au décollage l'air n'est pas encore en mouvement ainsi $\vec{f}=0$. Pour que la montgolfière puisse décoller, il faut que $F(0)>M_0 g$ soit $\frac{P_0V_0M_e}{R}(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_{1max}})>M_0$ soit $\boxed{V_0>\frac{RM_0}{P_0M_e(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_{1max}})}=V_{0min}}$

AN : $\boxed{V_{0min}=766\,m^3}$

3. L'enveloppe du ballon vaut $V_0=1000\text{m}^3$ :

a) $\boxed{m_0=\mu(T_{1max})V_0=\frac{P_0M_e}{RT_{1max}}V_0=836\,kg}$. $\boxed{F_0=\frac{P_0V_0Me\,g}{R}(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_{1max}})=3843\,N}$.

Au décollage d'après la 2ème loi de Newton appliquée à l'air contenue dans l'enveloppe et les équipements : $(m_0+M_0)\vec{a}_0=(F_0-M_0 g)\vec{u}_z$ .

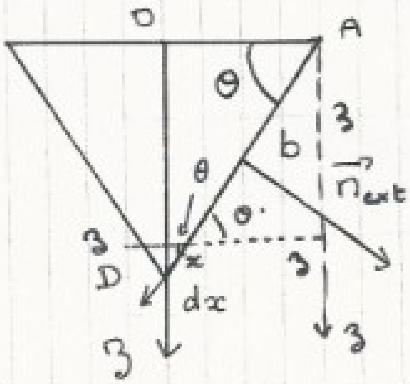
AN : $\boxed{a_0=\frac{F_0-M_0g}{m_0+M_0}=0{,}773\,m.s^{-2}}$.

b) $F(z_{max})=M_0 g$ soit $\frac{P(z_{max})V_0M_e g}{R}(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_1})=M_0\,g$ soit $\frac{P_0 e^{-\frac{z_{max}}{H}}V_0M_e}{R}(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_1})=M_0$. D'ou :

$\boxed{z_{max}=H\ln[\frac{P_0V_0M_e}{RM_0}(\frac{1}{T_0}-\frac{1}{T_1})]}$.

c) . AN : $\boxed{z_{max}=2244\,m}$

## 3. Résultante des forces de pression



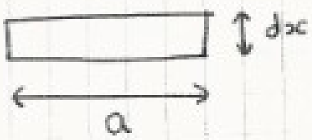

Dans le liquide $P = P_0 + \rho g z$

$z_{max} = b \sin\theta$

$z = x \sin\theta$

$\sin\theta = \frac{z}{x}$.

On découpe la surface ABCD en tranches de hauteur $dx$ et de largeur $a$




$$\overrightarrow{dF_{liq}} = P(x) \times dS\, \overrightarrow{n_{ext}}$$
$$= (P_0 + \rho g x \sin\theta)\, a\, dx\, \overrightarrow{n_{ext}}$$

$$\overrightarrow{F_{liq}} = \int \overrightarrow{dF_{liq}} = \int_0^b (P_0 + \rho g x \sin\theta)\, a\, dx\, \overrightarrow{n_{ext}}$$
$$= \left[ P_0 x + \frac{1}{2} \rho g x^2 \sin\theta \right]_0^b a \quad = a\left( P_0 b + \frac{1}{2} \rho g b^2 \sin\theta \right) \overrightarrow{n_{ext}}$$

$$\overrightarrow{F_{air}} = -P_0 \overrightarrow{n_{ext}}\, ab$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{F_{liq}} + \overrightarrow{F_{air}} = \frac{1}{2} \rho g a b^2 \sin\theta\, \overrightarrow{n_{ext}}}$$