PSI
MATHEMATIQUES **Programme de Colle semaine $n°7$ du 4 Novembre 2024**

Pour cette colle, le format devra être le suivant :

1. **Une question de cours : un énoncé ou une démonstration signalée en gras.On fera bien la distinction entre énoncer et démontrer.**
2. **Un exercice reprenant des questions des exercices 2 et 3 du DS Nř2 Niveau CCINP ou Centrale.**
3. **Un exercice au choix du colleur.**

1 Correction du DS $n°2$ Exercices 2 et 3

2 Séries Numériques

Savoirs attendus :

1. Connaître les notations d'une série, d'une Nième somme partielle d'une série, de la somme d'une série.
2. la définition d'une série convergente (resp : divergente) au moyen de la suite des sommes partielles et définition de la somme d'une série convergente.
3. **Cas des séries géométriques et de la série harmonique alternée**.
4. Séries exponentielles réelles et séries de Riemann.
5. Savoir étudier la nature d'une série à termes positifs en utilisant l'un des critères suivants :
   (a) Majoration de la suite des sommes partielles.
   (b) Théorème de comparaison.
   (c) Critère du o() et O() ; le coup du α en sachant revenir au critère du o().
   (d) Critère de l'équivalent.
6. Absolue Convergence : connaître la définition, les propriétés : cv $\Leftarrow$ abs cv et la généralisation des critères O et O.
7. Produit de Cauchy : connaître la définition du terme général du produit de Cauchy de deux séries et la propriété concernant le produit de somme de séries abs cv.
8. Application aux séries exponentielles.**Savoir démontrer que** $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$
9. Séries alternées : apprendre les méthodes pour reconnaître une séries alternée, savoir appliquer le CSSA et le signe et la majoration du reste, savoir utiliser le développement limité quand $n \to +\infty$ du terme général lorsqu'il est difficile de montrer la décroissance de $(|u_n|)_n$.
10. Formule de Stirling : **connaître bien sûr la formule mais aussi : à l'occasion de cette formule, revoir les intégrales de Wallis (leur définition, savoir retrouver la relation de récurrence** $(n+2)I_{n+2} = (n+1)I_n$**, la décroissance de** $(I_n)_n$**, l'expression de** I_{2n} **et** I_{2n+1}**, la technique appelée technique de Wallis, c'est-à-dire multiplier au numérateur et dénominateur par les facteurs pairs pour transformer en factoriel)**.