

Programme de colles Quinzaine 1

(semaines du 16 et du 23 septembre)

Chapitre 1 : Boîte à outils

Un chapitre introductif dans lequel sont présentées les notations qui seront utilisées toute l'année. Il s'accompagne de plusieurs fiches qui brassent des notions vues les années précédentes.

Connaissances à mémoriser :

- Trigonométrie : mesures en radians ; cosinus, sinus et tangente ; valeurs remarquables de cos et sin sur le premier quadrant.
- Formules de trigonométrie : celles à connaître, celles à retrouver.

Savoirs-faire à maîtriser :

- Résoudre des équations et des inéquations polynômiales en factorisant grace à une égalité remarquable ou en remarquant un facteur commun.
- Rédiger une récurrence.
- Mettre en œuvre la méthode du pivot de Gauss pour résoudre un système.

Démonstrations à connaître :

- $\sqrt{2}$ est un irrationnel.

Chapitre 2 : Calculer dans \mathbb{C}

Premier chapitre sur les nombre complexes, le lien avec la géométrie du plan est crucial : toutes les notions vues s'interprètent géométriquement.

Connaissances à mémoriser :

- Vocabulaire des complexes : parties réelle et imaginaire, forme algébrique, module, arguments (d'un complexe non nul), argument principal.
- *À partir de la semaine du 23* : nombres complexes de module 1, forme exponentielle d'un complexe (non nul), propriétés de l'argument.
- *À partir de la semaine du 23* : formules d'Euler et de Moivre.

Savoirs-faire à maîtriser :

- calculer avec les complexes, par exemple pour résoudre une équation, trouver une forme algébrique...
- *À partir de la semaine du 23* : linéariser et délinéariser des expressions trigonométriques ; factoriser avec l'angle moitié.

Démonstrations à connaître :

- Si z et z' sont deux complexes, on a $|zz'| = |z||z'|$.
- Inégalité triangulaire dans \mathbb{C} (sans le cas d'égalité).

Pour cette première quinzaine, la colle se déroulera de la façon suivante :

1. une question de cours (une définition, une démonstration, une formule de trigonométrie à retrouver...);
 2. un des exercices proposé ci-dessous ;
 3. exercice au choix du colleur.
-

Exercices de la 1ère semaine

Exercice n° 1

Faire l'étude complète de $f(x) = \frac{-x^2 + 8x - 12}{x^2 - 4x + 3}$.

Exercice n° 2

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\frac{x^2 + 2x}{x^2 - 5x + 4} < 1$.

Exercice n° 3

Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, 2^{n-1} \leq n! \leq n^n$.

Exercice n° 4

Dans tout l'exercice, a et b désignent des réels tels que toutes les tangentes qui figurent dans les formules existent

1. Rappeler les formules pour $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$.
2. Prouver la relation $\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$.
3. En déduire une relation pour $\tan(a - b)$

Exercices supplémentaires pour la 2^e semaine**Exercice n° 5**

1. Soit $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$. Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.
2. Soit un réel r et u une suite géométrique de raison 3. Donner une formule pour $\sum_{k=83}^{700} u_k$.

Exercice n° 6

Trouver tous les entiers $n \in \mathbb{N}$ tels que $(1 + i\sqrt{3})^n$ soit un réel.

Exercice n° 7

1. Linéariser $\sin(x)^4$.
2. En déduire une primitive de $x \mapsto \sin(x)^4$.