## Ex 1 : Robot de la mission INSIGHT (extrait de CCINP 2019-MP)

**Q1.** **Établir** la relation vectorielle entre $X_P$ , $Y_P$ , $L$ et $\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \vec{x}_1, \vec{x}_2$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QP} \Leftrightarrow X_P(t)\overrightarrow{x_0} + Y_P(t)\overrightarrow{y_0} = L\overrightarrow{x_1} + L\overrightarrow{x_2}$$

**Q2.** **Projeter** la relation précédente selon $\overrightarrow{x_0}$ et $\overrightarrow{y_0}$

$$X_P(t)\overrightarrow{x_0} + Y_P(t)\overrightarrow{y_0} = L\left(\cos(\theta_1)\overrightarrow{x_0} + \sin(\theta_1)\overrightarrow{y_0}\right) + L\left(\cos(\theta_1+\theta_2)\overrightarrow{x_0} + \sin(\theta_1+\theta_2)\overrightarrow{y_0}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_P(t) = L.\cos(\theta_1) + L.\cos(\theta_1+\theta_2) \\ Y_P(t) = L.\sin(\theta_1) + L.\sin(\theta_1+\theta_2) \end{cases}$$

**Q3.** **Exprimer** $\theta_1$ et $\theta_2$ en fonction de $X_P$ , $Y_P$ et $L$ . Conclure quant à « l'exigence 002 ».

En utilisant les relations trigonométriques : $\begin{cases} X_P(t) = 2L\cos\left(\dfrac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\theta_2}{2}\right) \\ Y_P(t) = 2L\sin\left(\dfrac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\theta_2}{2}\right) \end{cases}$

Il vient : $X_P^2(t) + Y_P^2(t) = 4L^2\cos^2\left(\dfrac{\theta_2}{2}\right) \Leftrightarrow \boxed{\theta_2 = Arc\cos\left(\dfrac{X_P^2(t)+Y_P^2(t)-2L^2}{2L^2}\right)}$

Et : $\dfrac{Y_P(t)}{X_P(t)} = \tan\left(\dfrac{2\theta_1+\theta_2}{2}\right) \rightarrow \boxed{\theta_1 = Arc\tan\left(\dfrac{Y_P(t)}{X_P(t)}\right) - \dfrac{1}{2}Arc\cos\left(\dfrac{X_P^2(t)+Y_P^2(t)-2L^2}{2L^2}\right)}$

Conformément à l'exigence « 002 », la pince peut être commandé par deux variables angulaires

**Q4.** **Déterminer** l'expression de la vitesse du point P, appartenant à l'avant-bras 2, par rapport à $R_0$ en fonction de $\theta_1$ , $\theta_2$ et $L$.

$$\vec{V}_{P\in 2/0} = \vec{V}_{P\in 2/1} + \vec{V}_{P\in 1/0}$$

$$\vec{V}_{P\in 2/1} = \vec{V}_{Q\in 2/1} + \overrightarrow{PQ} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} = \vec{0} - L\,\overrightarrow{x_2} \wedge \dot{\theta}_2\,\overrightarrow{z_2} = L.\dot{\theta}_2\,\overrightarrow{y_2}$$

$$\vec{V}_{P\in 1/0} = \vec{V}_{0\in 2/1} + \overrightarrow{PO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}(-L\,\overrightarrow{x_2} - L\,\overrightarrow{x_1}) \wedge \dot{\theta}_1\,\overrightarrow{z_2} = L.\dot{\theta}_1\,(\overrightarrow{y_1} + \overrightarrow{y_2})$$

donc $\vec{V}_{P\in 2/0} = L.\dot{\theta}_2\,\overrightarrow{y_2} + L.\dot{\theta}_1\,(\overrightarrow{y_1} + \overrightarrow{y_2})$

**Q5.** **Déterminer** la valeur maximale du taux de rotation $\left\|\vec{\Omega}_{1/0}\right\|$ pour que l'avant-bras 2 suive un mouvement de translation circulaire par rapport à $R_0$ en respectant « l'exigence 003 ».

Pour que la pince garde la même inclinaison, il faut $\dot{\theta}_1 = -\dot{\theta}_2$ .

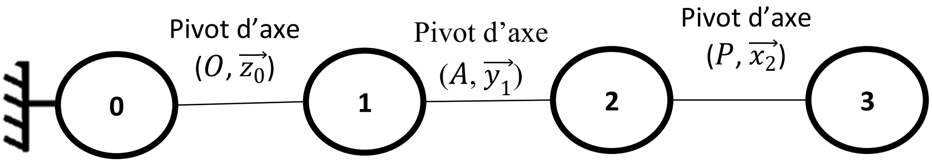
Il vient alors : $\vec{V}_{P,/0} = L\dot{\theta}_1\overrightarrow{y_1}$ Soit : $\left\|\vec{\Omega}_{1/0}\right\| = \dfrac{\left\|\vec{V}_{P/0}\right\|}{L}$

Pour que la vitesse du point P ne dépasse pas 20 mm/s (Id='003'), il faut que, numériquement :

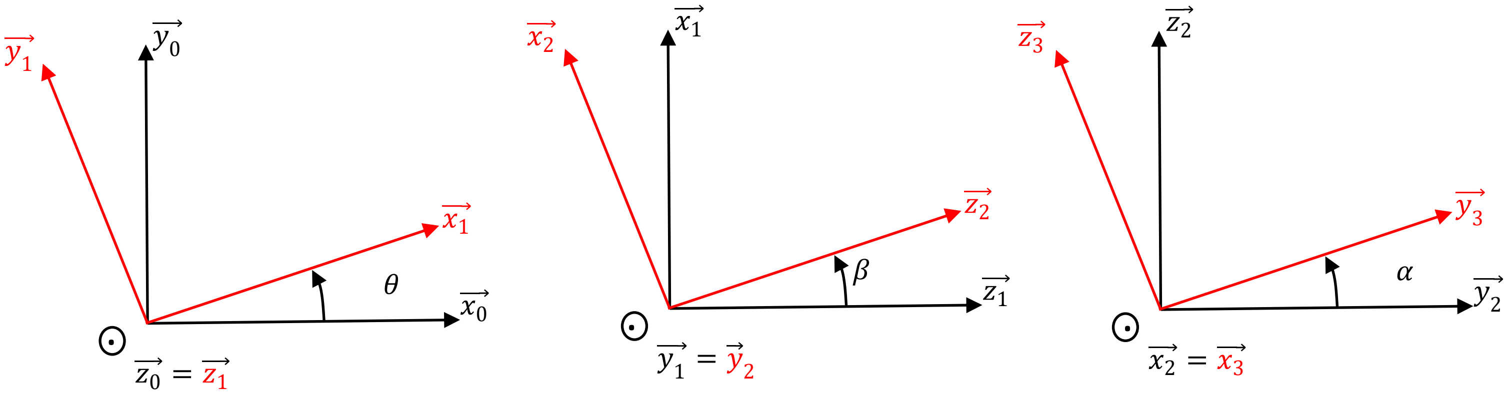
$$\left\|\vec{\Omega}_{1/0}\right\| < \frac{20.10^{-3}}{0{,}5} \rightarrow \left\|\vec{\Omega}_{1/0}\right\| < 0{,}04\ rad/s$$

## Ex 2 : Rotor Principal d'Hélicoptère

**Question 1 :** Réaliser le graphe des liaisons




**Question 2 :** Réaliser le(s) figure(s) de changement de base




**Question 3 :** Déterminer l'expression du vecteur $\overrightarrow{0G_3}$

$\overrightarrow{0G_3} = r\,\vec{x_1} + l\,\vec{x_2}$

**Question 4:** Donner les expressions des vitesses de rotations : $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$, $\vec{\Omega}_{3/2}$ et $\vec{\Omega}_{3/0}$.

$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\,\vec{z_1}$ $\qquad$ $\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\beta}\,\vec{y_2}$ $\qquad$ $\vec{\Omega}_{3/2} = \dot{\alpha}\,\vec{x_3}$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}\,\vec{z_1} + \dot{\beta}\,\vec{y_2} + \dot{\alpha}\,\vec{x_3}$$

**Question 5:** Déterminer les expressions des trois vitesses suivantes :$\vec{V}_{G_3\in 1/0}$, $\vec{V}_{G_3\in 2/1}$ et $\vec{V}_{G_3\in 3/2}$

$$\vec{V}_{G_3\in 1/0} = \vec{V}_{O\in 1/0} + \overrightarrow{G_3O} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0} - (r\,\vec{x_1} + l\,\vec{x_2}) \wedge \dot{\theta}\,\vec{z_1} = r.\dot{\theta}\,\vec{y_1} - l.\dot{\theta}\sin(-\pi/2 - \beta)\,\vec{y_1}$$

donc $\vec{V}_{G_3\in 1/0} = \dot{\theta}(r + l.\cos(\beta))\vec{y_1}$

$\vec{V}_{G_3\in 2/1} = \vec{V}_{0_1\in 2/1} + \overrightarrow{G_3A} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} = \vec{0} - l\,\vec{x_2} \wedge \dot{\beta}\,\vec{y_2} = -l.\dot{\beta}\,\vec{z_2}$ $\qquad$ $\vec{V}_{G_3\in 3/2} = \vec{0}$

**Question 6:** En déduire l'expression du torseur cinématique de 3/0 au point $G_3$.

$\vec{V}_{G_3\in 3/0} = -l.\dot{\beta}\,\vec{z_2} + \dot{\theta}(r + l.\cos(\beta))\vec{y_1}$

**Question 7 :** Donner l'expression de $||\vec{V}_{G_3\in 3/0}||$.

$$||\vec{V}_{G_3\in 3/0}|| = ||-l.\dot{\beta}\,\vec{z_2} + \dot{\theta}(r + l.\cos(\beta))\vec{y_2}|| = \sqrt{(l.\dot{\beta})^2 + \left(\dot{\theta}(r + l.\cos(\beta))\right)^2}$$

**Question 8 :** Déterminer l'angle $\beta$ pour lequel la vitesse $||\vec{V}_{G_3\in 3/0}||$.est maximale.

La vitesse est maximale lorsque la point $G_3$ est le plus éloigné de l'axe $(O, \vec{z_0})$ donc lorsque $\beta = 0$ rad.

Ce résultat se retrouve aussi à partir de l'expression de la norme puisque la norme est maximale lorsque $\cos\beta$ est maximale donc lorsque $\beta = 0$ rad.

**Question 9 :** Vérifier que l'on respect bien le cahier des charges pour l'angle $\beta$ (fixe) qui maximise $||\vec{V}_{G_3\in 3/0}||$,.lorsque le moyeu tourne à 1500 tr/min.

On considère $\beta = 0$ rad et $\dot{\beta} = 0$ rad/s (car l'angle $\beta$ est fixe). L'expression $||\vec{V}_{G_3\in 3/0}||$.se simplifie :

$$||\vec{V}_{G_3\in 3/0}|| = \sqrt{0 + \left(\dot{\theta}(r+l)\right)^2} = \dot{\theta}(r+l) = \frac{2\pi.1500}{60}(0{,}5+2) = 393\ m/s$$

Le cahier des charges est bien respecté puisque la vitesse (393 m/s) est inférieure à 500 m/s.

## Exercice 3 : Coffre motorisé d'une Peugeot 607

**Question 1 :** Parmi les différentes roues dentées, lesquelles doivent avoir le même module ?

$m_4 = m_{6b}$ et $m_{6a} = m_{7b}$

**Question 2 :** Donner une expression de l'entraxe entre la pièce 6 et la pièce 7 $a_{6-7}$ en fonction des diamètres des roues dentées.

$$a_{6-7} = \frac{D_{6a} + D_{7b}}{2}$$

**Question 3 :** Sachant que l'entraxe $a_{6-7}$ vaut 86 mm et que le module de la roue 7 vaut $m$=2 mm, déterminer le nombre de dents de la roue dentée 7b

$$a_{6-7} = \frac{D_{6a} + D_{7b}}{2} = m\frac{Z_{6a} + Z_{7b}}{2} \Leftrightarrow Z_{7b} = \frac{2\,a_{6-7}}{m} - Z_{6a} = 26\ dents$$

**Question 4 :** Calculer le rapport de transmission de la roue-vis sans fin $\left|\frac{\omega_{7/0}}{\omega_{2/0}}\right|$

$$\left|\frac{\omega_{7/0}}{\omega_{2/0}}\right| = \frac{Z_2}{Z_{7a}} = \frac{1}{60} = 0{,}017$$

**Question 5 :** Calculer le rapport de transmission $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{7/0}}$

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{7/0}} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{6/0}} * \frac{\omega_{6/0}}{\omega_{7/0}} = \frac{-Z_{6b}}{Z_4} * \frac{-Z_{7b}}{Z_{6a}} = \frac{Z_{6b}.Z_{7b}}{Z_4.Z_{6a}} = \frac{21*26}{114*93} = 0{,}0515$$

**Question 6 :** En déduire le rapport de transmission global $\left|\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{2/0}}\right|$

$$\left|\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{2/0}}\right| = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{7/0}} * \left|\frac{\omega_{7/0}}{\omega_{2/0}}\right| \approx \frac{1}{1165} \approx 0{,}0009$$

**Question 7 :** Déterminer la vitesse angulaire $N_{4/0}$ (en tr/min) si le moteur tourne à sa vitesse nominale.

$$N_{4/0} = \frac{N_{2/0}}{1165} = \frac{3300}{1165} = 2{,}83\ tr/min$$

**Question 8 :** Vérifier que l'on respect bien le cahier des charges.

L'ouverture du coffre correspond à une rotation de 68,4° soit 68,4/360=0,19 tours

Une vitesse de rotation de 2,83 tr/min correspond en tr/seconde à 2,83/60.

En considérant que le moteur tourne à vitesse constante tout au long de la phase d'ouverture (ou te fermeture), le temps d'ouverture T vaut :

$$T = \frac{0{,}19}{\frac{2{,}83}{60}} = \frac{0{,}19 * 60}{2{,}83} \approx 4\ secondes$$

Le cahier des charges est respecté puisque le temps d'ouverture (ou de fermeture) du coffre est bien compris entre 3 et 5 secondes.

## Ex 4 : Transmetteur d'une machine de microfraisage par électro-érosion

(inspiré de CCP 2018-TSI)

**Question 1 :** Sachant que les deux étages du réducteur sont identiques, déterminer les valeurs du rapport de réduction d'un étage permettant de satisfaire le cahier des charges.

Si le rapport de réduction global vaut $K$, le rapport d'un étage vaut $\sqrt{K}$. Les valeurs du rapport de réduction d'un étage permettant de satisfaire le cahier des charges doivent alors être comprise entre $1/\sqrt{20}$ et $1/\sqrt{30}$ soit entre 0,18 et à 0,22.

**Question 2 :** Donner deux relations entre les différents diamètres des roues dentées permettant de garantir la coaxialité du planétaire 1, de la couronne 3 et du porte satellite 4.

Pour que le planétaire 1 soit coaxial à la couronne 3, il faut que : $D_1 + 2 * D_2 = D_3$

Pour que le porte satellite 4 soit coaxial à la couronne 3, il faut que : $D_4 + 2 * D_5 = D_3$

**Question 3 :** Déterminer le rayon du planétaire 1 noté $R_1$. En déduire la vitesse $\vec{V}_{I\in 1/0}$ uniquement en fonction de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m$ (que l'on considère comme positive).

$$D_1 = m * Z_1 = 0{,}25 * 18 = 4{,}5\ mm \Rightarrow R_1 = 2{,}25\ mm$$

$$\vec{V}_{I\in 1/0} = \vec{V}_{O\in 1/0} + \overrightarrow{IO} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0} - R_1\ \overrightarrow{y_0} \wedge \omega_m\ \overrightarrow{x_0} = R_1 * \omega_m\ \overrightarrow{z_0} = 2{,}25.10^3 * \omega_m\ \overrightarrow{z_0}$$

**Question 4 :** En déduire l'expression du torseur cinématique de 1/0 au point I en fonction de $\omega_m$.

$$\{V_{1/0}\} = {}_I\begin{Bmatrix} \omega_m\ \overrightarrow{x_0} \\ 2{,}25.10^3 * \omega_m\ \overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}$$

**Question 5 :** Calculer la raison $\lambda$ d'un étage du train épicycloïdal.

On considère :

| | |
|---|---|
| Planétaire A | 1 |
| Planétaire B | 3 |
| Porte satellite | 4 |
| Satellite | 2 |

$$\lambda = \left.\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{3/0}}\right|_{\omega_{4/0}=0} = \left.\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{2/0}} * \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{3/0}}\right|_{\omega_{4/0}=0} = \frac{-Z_2}{Z_1} . \frac{+Z_3}{Z_2} = -\frac{Z_3}{Z_1}$$

**Question 6 :** Calculer le rapport de réduction d'un étage du train épicycloïdal.

Relation de Willis : $\omega_{1/0} - \lambda . \omega_{3/0} + (\lambda - 1)\omega_{4/0} = 0$

Sachant que la pièce 3 est fixe, on obtient

$$\omega_{1/0} + (\lambda - 1)\omega_{4/0} = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{1}{1-\lambda} = \frac{1}{1+\frac{Z_3}{Z_1}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = \frac{18}{18+72} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

**Question 7 :** En déduire le rapport de transmission global $G_{red}$.

Etant donné que les deux étages de réduction sont identiques, on a :

$$G_{red} = \frac{\omega_{6/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{re}}{\omega_m} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

**Question 8 :** Donner l'expression du torseur cinématique de 7/0 sur un point de l'axe de rotation de la pièce 7 en fonction de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m$.

$$\{V_{7/0}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} G_{red} * \omega_m \, \overrightarrow{x_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

**Question 9 :** Vérifier que l'on respect bien le cahier des charges.
On respect bien le cahier des charges car le rapport de transmission global ($G_{red} = 1/25$) est bien compris entre 1/20 et 1/30.