Automatismes en calcul, semaine du 10 juin

16 juin 2024

On lance 4 fois de suite un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir eu deux 3 et deux 6 ?

On lance 4 fois de suite un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir eu deux 3 et deux 6 ?

Le dé est équilibré, il y a donc équiprobabilité sur les 6^4 issues.

On lance 4 fois de suite un dé équilibré. Quelle est la probabilité d'avoir eu deux 3 et deux 6 ?

Le dé est équilibré, il y a donc équiprobabilité sur les 6^4 issues.

Il y a autant d'issues favorables que de façons de placer les deux 3 parmi les 4 résultats, soit $\binom{4}{2}$.

La probabilité cherchée est donc $\dfrac{\binom{4}{2}}{6^4}$.

Donner la nature de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \frac{n}{2^n}$.

Donner la nature de $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \frac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).

Donner la nature de $\sum \dfrac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \dfrac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).
$\forall n > 0,\ \ln(n) < \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n}\ln(n) < n \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)} > \frac{1}{n}$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2}$ diverge.

Donner la nature de $\sum \dfrac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \dfrac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).
$\forall n > 0,\ \ln(n) < \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n}\ln(n) < n \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)} > \frac{1}{n}$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2}$ diverge.

Par croissance comparée, on a $\dfrac{n}{2^n} \to 0$ ça ne permet pas de conclure.

Donner la nature de $\sum \dfrac{1}{\sqrt{n}\ln(n)}$ et $\sum \dfrac{n}{2^n}$.

Montrons que $\frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2} > \frac{1}{n}$ (à partir d'un certain rang suffit).
$\forall n > 0,\ \ln(n) < \sqrt{n} \Leftrightarrow \sqrt{n}\ln(n) < n \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)} > \frac{1}{n}$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}\ln(n)^2}$ diverge.

Par croissance comparée, on a $\dfrac{n}{2^n} \to 0$ ça ne permet pas de conclure.
Mq $\frac{n}{2^n} = o(\frac{1}{n^2})$: $\dfrac{\frac{n}{2^n}}{\frac{1}{n^2}} = \dfrac{n^3}{2^n} \to 0$.
Par comparaison à une série de Riemann, $\sum \frac{n}{2^n}$ converge.
Une idée de comment calculer sa somme ?