Automatismes en calcul, semaine du 11 novembre

15 novembre 2024

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

- $\pi^x = 2$
- $\cos(x+1) = 0,7$
- $|3x+2| = \sqrt{7}$

- $\pi^x = 2$
  Pour tout réel x, π^x vaut $\mathrm{e}^{x\ln(\pi)}$. On a donc :
  $\pi^x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{\ln(2)}{\ln(\pi)}$.

- $\cos(x+1) = 0,7$

- $|3x+2| = \sqrt{7}$

- $\pi^x = 2$
  Pour tout réel x, π^x vaut $\mathrm{e}^{x\ln(\pi)}$. On a donc :
  $\pi^x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{\ln(2)}{\ln(\pi)}$.

- $\cos(x+1) = 0,7$
  $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(x+1) = 0,7 \Leftrightarrow x+1 = \pm\mathrm{Arccos}(0,7) + 2k\pi$
  $\Leftrightarrow x = -1 \pm \mathrm{Arccos}(0,7) + 2k\pi$ (k désigne un entier).

- $|3x+2| = \sqrt{7}$

- $\pi^x = 2$
  Pour tout réel x, π^x vaut $\mathrm{e}^{x\ln(\pi)}$. On a donc :
  $\pi^x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{\ln(2)}{\ln(\pi)}$.

- $\cos(x+1) = 0,7$
  $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(x+1) = 0,7 \Leftrightarrow x+1 = \pm\mathrm{Arccos}(0,7) + 2k\pi$
  $\Leftrightarrow x = -1 \pm \mathrm{Arccos}(0,7) + 2k\pi$ (k désigne un entier).

- $|3x+2| = \sqrt{7}$
  On interprète la valeur absolue comme une distance et
  $|3x+2| = \sqrt{7} \Leftrightarrow x \in \{\frac{-2+\sqrt{7}}{3}; \frac{-2-\sqrt{7}}{3}\}$.

- $|3x+2| = \sqrt{7}$
  On interprête la valeur absolue comme une distance et
  $|3x+2| = \sqrt{7} \Leftrightarrow x \in \{\frac{-2+\sqrt{7}}{3}; \frac{-2-\sqrt{7}}{3}\}$.

- $\displaystyle\sum_{k=5}^{100} 3k + 2^k =$

- $\displaystyle\sum_{k=1}^{100} \cos(k) =$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

- $$\sum_{k=5}^{100} 3k + 2^k = 3\sum_{k=5}^{100} k + \sum_{k=5}^{100} 2^k = 3 \times \frac{105 \times 96}{2} + 2^5 \times \frac{1-2^{96}}{1-2}$$

- $$\sum_{k=1}^{100} \cos(k) =$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

- $$\sum_{k=5}^{100} 3k+2^k = 3\sum_{k=5}^{100} k + \sum_{k=5}^{100} 2^k = 3\times\frac{105\times 96}{2} + 2^5\times\frac{1-2^{96}}{1-2}$$

- $$\sum_{k=1}^{100} \cos(k) = \mathrm{Re}\left(\sum_{k=1}^{100} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k}\right) = \mathrm{Re}\left(\sum_{k=1}^{100} (\mathrm{e}^{\mathrm{i}})^k\right)$$
$$= \mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}}\times\frac{1-\mathrm{e}^{100\mathrm{i}}}{1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}}}\right)$$

- $$\sum_{k=5}^{100} 3k + 2^k = 3\sum_{k=5}^{100} k + \sum_{k=5}^{100} 2^k = 3 \times \frac{105 \times 96}{2} + 2^5 \times \frac{1-2^{96}}{1-2}$$

- $$\sum_{k=1}^{100} \cos(k) = \mathrm{Re}\left(\sum_{k=1}^{100} \mathrm{e}^{\mathrm{i}k}\right) = \mathrm{Re}\left(\sum_{k=1}^{100} (\mathrm{e}^{\mathrm{i}})^k\right)$$
  $$= \mathrm{Re}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}} \times \frac{1-\mathrm{e}^{100\mathrm{i}}}{1-\mathrm{e}^{\mathrm{i}}}\right)$$
  On peut ensuite calculer la forme algébrique du complexe pour en déduire sa partie réelle, ça ne présente pas de difficulté particulère mais l'expression finale n'est pas très jolie...

- Calculer $\dbinom{10}{6}$
- Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k}$
- Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 3^k$

- Calculer $\binom{10}{6}$

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{6! \times 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

- Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k}$

- Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 3^k$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

- Calculer $\binom{10}{6}$

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{6! \times 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

- Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k}$

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 1^k 1^{n-k} = (1+1)^{100} = 2^{100}$$

- Calculer $\displaystyle\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 3^k$

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 3^k = 4^{100}$$

- Calculer $\binom{10}{6}$

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{6! \times 4!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

- Calculer $\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k}$

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} = \sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 1^k 1^{n-k} = (1+1)^{100} = 2^{100}$$

- Calculer $\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 3^k$

$$\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k} 3^k = 4^{100}$$