# Automatismes en calcul, semaine du 18 novembre

17 novembre 2024

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3\mathrm{i} + 7$.

- Trouver une racine carrée de $-3\mathrm{i} + 7$.

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3\mathrm{i} + 7$.
  $|z| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{58}$ donc $z = \sqrt{58}\Big(\underbrace{\dfrac{7}{\sqrt{58}} + \mathrm{i}\dfrac{-3}{\sqrt{58}}}_{\text{module 1, 4e quadrant}}\Big)$

  Soit $z = \sqrt{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{-3}{\sqrt{58}}\right)}$
- Trouver une racine carrée de $-3\mathrm{i} + 7$.

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3\mathrm{i} + 7$.
  $|z| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{58}$ donc $z = \sqrt{58}\Bigg( \underbrace{\frac{7}{\sqrt{58}} + \mathrm{i}\frac{-3}{\sqrt{58}}}_{\text{module 1, 4e quadrant}} \Bigg)$

  Soit $z = \sqrt{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{-3}{\sqrt{58}}\right)}$

- Trouver une racine carrée de $-3\mathrm{i} + 7$.
  $-3\mathrm{i} + 7 = \sqrt{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{3}{\sqrt{58}}\right)}$ donc $\delta = \sqrt[4]{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{1}{2}\mathrm{Arcsin}\left(\frac{-3}{\sqrt{58}}\right)}$ convient.

- Mettre sous forme exponentielle $z = -3\mathrm{i} + 7$.
  $|z| = \sqrt{7^2 + (-3)^2} = \sqrt{58}$ donc $z = \sqrt{58}\Big(\underbrace{\frac{7}{\sqrt{58}} + \mathrm{i}\frac{-3}{\sqrt{58}}}_{\text{module 1, 4e quadrant}}\Big)$

  Soit $z = \sqrt{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathrm{Arcsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$

- Trouver une racine carrée de $-3\mathrm{i} + 7$.
  $-3\mathrm{i} + 7 = \sqrt{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathrm{Arcsin}(\frac{3}{\sqrt{58}})}$ donc $\delta = \sqrt[4]{58}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{1}{2}\mathrm{Arcsin}(\frac{-3}{\sqrt{58}})}$ convient.

classes préparatoires scientifiques
Lycée Brizeux

- Calculer $\binom{12}{9}$.

- Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

- Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\dfrac{1}{n!} - \dfrac{n}{(n+1)!}$.

- Calculer $\binom{12}{9}$.

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220.$$

- Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

- Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

- Calculer $\binom{12}{9}$.

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220.$$

- Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

$$\binom{n}{n-3} = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}.$$

- Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux

- Calculer $\binom{12}{9}$.

$$\binom{12}{9} = \frac{12!}{9! \times 3!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2} = 220.$$

- Exprimer $\binom{n}{n-3}$ en fonction de l'entier $n \geq 3$.

- Pour $n \in \mathbb{N}$, calculer $\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!}$.

$$\frac{1}{n!} - \frac{n}{(n+1)!} = \frac{n+1 \ - \ n}{(n+1)!} = \frac{1}{(n+1)!}.$$

- Calculer la norme de $\vec{u} = (3; 4; -5)$

- Donner un vecteur colinéaire et un vecteur orthogonal à $\vec{u} = (3; 4; -5)$.

- Les vecteurs $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (2; 3; 4)$ et $\vec{w} = (3; 4; 5)$ sont-ils coplanaires ?

- Calculer la norme de $\vec{u} = (3; 4; -5)$
  $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
- Donner un vecteur colinéaire et un vecteur orthogonal à $\vec{u} = (3; 4; -5)$.
- Les vecteurs $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (2; 3; 4)$ et $\vec{w} = (3; 4; 5)$ sont-ils coplanaires ?

- Calculer la norme de $\vec{u} = (3; 4; -5)$
  $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

- Donner un vecteur colinéaire et un vecteur orthogonal à $\vec{u} = (3; 4; -5)$.
  $\vec{v} = 2\vec{u}$ et $\vec{w} = (-4; 3; 0)$ convienment

- Les vecteurs $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (2; 3; 4)$ et $\vec{w} = (3; 4; 5)$ sont-ils coplanaires ?

- Calculer la norme de $\vec{u} = (3; 4; -5)$
  $\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.

- Donner un vecteur colinéaire et un vecteur orthogonal à $\vec{u} = (3; 4; -5)$.
  $\vec{v} = 2\vec{u}$ et $\vec{w} = (-4; 3; 0)$ conviennent

- Les vecteurs $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (2; 3; 4)$ et $\vec{w} = (3; 4; 5)$ sont-ils coplanaires ?
  Ils le sont ssi il existe $x$ et $y$ tels que $\vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$.
  Cette équation vectorielle correspond à un système de trois équations à deux inconnues qui, après calculs, a pour solution $(x; y) = (-1; 2)$. Les vecteurs sont donc coplanaires.

- En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\dfrac{5\pi}{12})$.

- Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

- Résoudre dans $\mathbb{R}$, $|\sin(x)| < \dfrac{1}{2}$.

- En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$.

$\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$ donc $\cos(\frac{5\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

- Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

- Résoudre dans $\mathbb{R}$, $|\sin(x)| < \frac{1}{2}$.

- En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\frac{5\pi}{12})$.

  $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$ donc $\cos(\frac{5\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

- Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

  $\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(3x) = \mathrm{Re}((\mathrm{e}^{\mathrm{i}x})^3) = 4\cos(x)^3 - 3\cos(x)$ après avoir utilisé $\sin^2 = 1 - \cos^2$.

- Résoudre dans $\mathbb{R}$, $|\sin(x)| < \frac{1}{2}$.

- En se servant des valeurs remarquables, calculer $\cos(\dfrac{5\pi}{12})$.

$$\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} \text{ donc } \cos(\frac{5\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

- Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

$\forall x \in \mathbb{R},\ \cos(3x) = \mathrm{Re}((\mathrm{e}^{\mathrm{i}x})^3) = 4\cos(x)^3 - 3\cos(x)$ après avoir utilisé $\sin^2 = 1 - \cos^2$.

- Résoudre dans $\mathbb{R}$, $|\sin(x)| < \dfrac{1}{2}$.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ |\sin(x)| < \frac{1}{2} \iff -\frac{1}{2} < \sin(x) < \frac{1}{2} \text{ ssi}$$
$$x \in \bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left( \left] -\frac{\pi}{6} + 2k\pi ; \frac{\pi}{6} + 2k\pi \right[ \cup \left] \frac{5\pi}{6} + 2k\pi ; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \right[ \right).$$

classes préparatoires scientifiques Lycée Brizeux