

# Automatismes en calcul et en python, semaine du 23 septembre

27 septembre 2024

Dans le plan complexe, on considère les points  $A(1 + 2i)$  et  $B(-3i)$ . Déterminer les points  $C$  tels que  $ABC$  soit rectangle en  $C$ .

---

Dans le plan complexe, on considère les points  $A(1 + 2i)$  et  $B(-3i)$ . Déterminer les points  $C$  tels que  $ABC$  soit rectangle en  $C$ .

---

Une idée toujours bonne est de commencer par...

Dans le plan complexe, on considère les points  $A(1 + 2i)$  et  $B(-3i)$ . Déterminer les points  $C$  tels que  $ABC$  soit rectangle en  $C$ .

---

On cherche les points du cercle de diamètre  $[AB]$ .

Notons  $z_C = x + iy$ .

$ABC$  est rectangle en  $C$  ssi  $AC^2 + BC^2 = AB^2$  :  $(\star)$ . On a :

$$AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1 + 2i)|^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$$

$$BC^2 = x^2 + (y + 3)^2 \text{ et } AB^2 = 26.$$

Il suit :  $(\star) \iff (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + x^2 + (y + 3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}}$$

Dans le plan complexe, on considère les points  $A(1 + 2i)$  et  $B(-3i)$ . Déterminer les points  $C$  tels que  $ABC$  soit rectangle en  $C$ .

---

On cherche les points du cercle de diamètre  $[AB]$ .

Notons  $z_C = x + iy$ .

$ABC$  est rectangle en  $C$  ssi  $AC^2 + BC^2 = AB^2$  :  $(\star)$ . On a :  
 $AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1 + 2i)|^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$   
 $BC^2 = x^2 + (y + 3)^2$  et  $AB^2 = 26$ .

Il suit :  $(\star) \iff (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + x^2 + (y + 3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}}$$

Où est l'erreur ?

Dans le plan complexe, on considère les points  $A(1 + 2i)$  et  $B(-3i)$ . Déterminer les points  $C$  tels que  $ABC$  soit rectangle en  $C$ .

---

On cherche les points du cercle de diamètre  $[AB]$ .

Notons  $z_C = x + iy$ .

$ABC$  est rectangle en  $C$  ssi  $AC^2 + BC^2 = AB^2$  :  $(\star)$ . On a :

$$AC^2 = |z_C - z_A|^2 = |x + iy - (1 + 2i)|^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$$

$$BC^2 = x^2 + (y + 3)^2 \text{ et } AB^2 = 26.$$

Il suit :  $(\star) \iff (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + x^2 + (y + 3)^2 = 26$

$$\iff x^2 - x + y^2 + y = 6 \iff \boxed{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}}$$

Il faut retirer les points  $A$  et  $B$ .

Ecrire une fonction python qui prend en entrée deux nombres et qui renvoie leur moyenne.

---

Ecrire une fonction python qui prend en entrée deux nombres et qui renvoie leur moyenne.

---

Un fonction convenable est :

```
1 def moyenne(a,b):  
2     ''' a et b sont des nombres  
3     la fonction renvoie leur moyenne.'''  
4     return((a+b)/2)
```



► Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}$ .

► Résoudre  $\cos(x) > \sin(x)$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}$ .

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(2x + 1) = \frac{1}{2} \iff 2x + 1 \equiv \pm \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi}$$

$$\iff x \equiv -\frac{1}{2} \pm \frac{\pi}{6} \pmod{\pi}$$

L'ensemble des solutions est

$$\left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- Résoudre  $\cos(x) > \sin(x)$

- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos(2x + 1) = \frac{1}{2}$ .

$$\forall x \in \mathbb{R}, \cos(2x + 1) = \frac{1}{2} \iff 2x + 1 \equiv \pm \frac{\pi}{3} \pmod{2\pi}$$

$$\iff x \equiv -\frac{1}{2} \pm \frac{\pi}{6} \pmod{\pi}$$

L'ensemble des solutions est

$$\left\{ -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} + k\pi / k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- Résoudre  $\cos(x) > \sin(x)$

L'ensemble des solutions est  $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left] -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right[$

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel  $n$  et qui renvoie la somme des entiers naturels inférieurs  $n$

---

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel  $n$  et qui renvoie la somme des entiers naturels inférieurs  $n$

---

Un fonction convenable est :

```
8 def somme_de_un_a_n(n):
9     ''' n est un entier naturel
10    la fonction renvoie la somme des
11    entiers de 1 à n. '''
12    somme=0
13    for k in range(n+1):
14        somme=somme+k
15    return(somme)
```

▶ Factoriser  $\cos(5x) - \cos(x)$ .

▶ Délinéariser  $\cos(3x)$

- ▶ Factoriser  $\cos(5x) - \cos(x)$ .

Pour  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\begin{aligned}\cos(5x) - \cos(x) &= \operatorname{Re}(e^{i5x} - e^{ix}) = \operatorname{Re}(e^{i3x}(e^{i2x} - e^{-i2x})) \\ &= \operatorname{Re}(e^{i3x} 2i \sin(2x)) = -2 \sin(2x) \sin(3x)\end{aligned}$$

- ▶ Délinéariser  $\cos(3x)$

- ▶ Factoriser  $\cos(5x) - \cos(x)$ .

Pour  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\begin{aligned}\cos(5x) - \cos(x) &= \operatorname{Re}(e^{i5x} - e^{ix}) = \operatorname{Re}(e^{i3x}(e^{i2x} - e^{-i2x})) \\ &= \operatorname{Re}(e^{i3x} 2i \sin(2x)) = -2 \sin(2x) \sin(3x)\end{aligned}$$

- ▶ Délinéariser  $\cos(3x)$

Pour  $x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\begin{aligned}\cos(3x) &= \operatorname{Re}(e^{i3x}) = \operatorname{Re}((e^{ix})^3) = \operatorname{Re}((\cos(x) + i \sin(x))^3) \\ &= \operatorname{Re}(\cos(x)^3 + 3 \cos(x)^2 i \sin(x) - 3 \cos(x) \sin(x)^2 - i \sin(x)^3) \\ &= \cos(x)^3 - 3 \cos(x) \sin(x)^2\end{aligned}$$



Ecrire une fonction `python` qui prend en entrée un entier naturel  $n$   
et qui renvoie la factorielle de  $n$

---

Ecrire une fonction python qui prend en entrée un entier naturel  $n$  et qui renvoie la factorielle de  $n$

---

Un fonction convenable est :

```
19 def factorielle(n):
20     ''' n est un entier naturel
21     la fonction renvoie la
22     factorielle de n.'''
23     prod=1
24
25     # prod vaut n! si n=0 ou 1, sinon
26     if n>1:
27         for k in range(n):
28             prod=prod*(k+1)
29
30     return(prod)
```